

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Б1.О.13
(индекс дисциплины)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Основы дискретной математики и логики

(наименование дисциплины)

по направлению подготовки

09.03.03 Прикладная информатика

направленность (профиль)

Прикладная информатика в информационной безопасности

Форма обучения: очная

Год набора: 2025

Общая трудоемкость: 3 ЗЕ

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр	2	Итого
Форма контроля	Зачет	
Вид занятий		
Лекции	16	16
Лабораторные		
Практические	32	32
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация	0,25	0,25
Контактная работа	48,25	48,25
Самостоятельная работа	59,75	59,75
Контроль		
Итого	108	108

Рабочую программу составил(и):

Доцент кафедры «Прикладная математика и информатика», канд. физ.-мат. наук
Лелонд О.В.

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рецензирование рабочей программы дисциплины:



Отсутствует



Рецензент

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана
направления подготовки
09.03.03 Прикладная информатика

Срок действия рабочей программы дисциплины до «31» августа 2029 г.

СОГЛАСОВАНО

Директором института инженерной и экологической безопасности

«__» _____ 20__ г.

(подпись)

Л.Н. Горина

(И.О. Фамилия)

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры «Прикладная математика и информатика»

(протокол заседания №1 от «28» августа 2024 г.).

1. Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – формирование у обучающихся навыков логического мышления и умения применять аппарат современной дискретной математики при решении прикладных задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплины и практики, на освоении которых базируется данная дисциплина: Основы программирования.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: Объектно-ориентированное программирование.

3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Знает основы математики, вычислительной техники и программирования	Знать: основы математики, вычислительной техники и программирования
		Уметь: применять знания основ математики, вычислительной техники и программирования
		Владеть: навыками применения знаний основ математики, вычислительной техники и программирования
	ОПК-1.2 Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общетехнических знаний, методов математического анализа и моделирования	Знать: принципы исследования объектов профессиональной деятельности
		Уметь: оценивать теоретические и экспериментальные исследования объектов профессиональной деятельности
		Владеть: навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности
	ОПК-1.3 Владеет навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	Знать: методы математического анализа и моделирования
		Уметь: применять методы математического анализа и моделирования
		Владеть: навыками применения методов математического анализа и моделирования

4. Структура и содержание дисциплины

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль 1. Множества. Соответствия. Отношения.	Лек 1	Множества и операции над ними. Соответствия между множествами. Отношения и их свойства.	2	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, контрольная работа, тест итоговый
	Пр31	Множества и операции над ними.		2	5	-	
	ПР32	Соответствия между множествами. Отношения и их свойства.		2	-	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		6	-	-	
Модуль 2. Комбинаторика.	Лек2	Перестановки, сочетания, размещения. Принцип включения и исключения. Полиномиальная и биномиальная формулы.	2	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, контрольная работа, тест итоговый
	Пр33	Комбинаторика.		2	-	-	
	Пр34	Комбинаторика.		2	5	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		6	-	-	
Модуль 3. Теория графов.	Лек3	Понятие графа. Смежность, инцидентность, степени вершин. Маршруты, цепи, циклы. Изоморфизм графов. Способы задания графов.	2	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, контрольная работа, тест итоговый

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Лек4	Полные и двудольные графы. Операции над графами. Связность. Диаметр, радиус, центр графа. Деревья. Остов графа. Планарные графы. Эйлеровы и гамильтоновы графы.		2	-	-	
	Пр35	Теория графов.		2	-	-	
	Пр36	Теория графов.		2	5	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		6	-	-	
	Пр37	Контрольная работа № 1.	2	2	25	-	
Модуль 4. Алгебра высказываний.	Лек5	Высказывания и операции над ними. Понятие формулы алгебры высказываний. Эквивалентные преобразования формул. Закон двойственности.	2	2	-	-	Контрольная работа, тест итоговый
	Пр38	Алгебра высказываний.		2	-	-	
	Пр39	Алгебра высказываний.		2	5	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		6	-	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль 5. Булевы функции.	Лек6	Булевы функции. Реализация функций формулами. Эквивалентность формул. Принцип двойственности. Нормальные формы.	2	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, контрольная работа, тест итоговый
	Лек7	Тупиковая, минимальная и сокращенная ДНФ. Методы получения сокращенной и минимальной ДНФ. Полные системы булевых функций. Полином Жегалкина. Замкнутые классы. Теорема о полноте.		2	-	-	
	Пр310	Булевы функции. Реализация функций формулами. Эквивалентные преобразования формул.		2	-	-	
	Пр311	Нормальные формы.		2	5	-	
	Пр312	Полином Жегалкина. Замкнутые классы.		2	-	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		10	-	-	
Модуль 6. Алгебра предикатов.	Лек8	Понятие предиката. Логические и кванторные операции над предикатами. Формулы логики предикатов.	2	2	-	-	Контрольная работа, тест итоговый
	Пр313	Алгебра предикатов.		2	-	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Пр314	Алгебра предикатов.	2	2	-	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		6	-	-	
	Пр315	Контрольная работа № 2.		2	25	-	
	Псщ	Посещаемость	2	-	10	-	
	СР	Индивидуальное домашнее задание	2	19,75	15	-	
	ПА	Промежуточная аттестация.	2	0,25	-	-	
	Пр316	Зачет	2	2	100	-	Итоговый тест
Итого:				108			

Схема расчета итогового балла: по накопительному рейтингу

Текущий рейтинг (все занятия и промежуточные тесты) + Результат итогового теста и все делится на 2

5. Образовательные технологии

Технология традиционного обучения: лекции 1-8, практические занятия 1-16.

6. Методические указания по освоению дисциплины

Для успешного освоения дисциплины необходимы посещение обучающимися лекционных и практических занятий, самостоятельная работа обучающихся с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение индивидуального домашнего задания и всех предусмотренных в семестре контрольных работ.

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет.

В ходе лекционных занятий полезно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Обучающийся может дополнить список предложенной литературы современными источниками, не представленными в списке, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и выпускных квалификационных работ.

Обучающимся следует

- при подготовке к практическим занятиям обязательно использовать не только лекции, учебную литературу, но и другие источники;
- в начале занятий задавать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и использовании при решении задач, предложенных для самостоятельного решения;
- на занятиях доводить каждую задачу до окончательного ответа, демонстрировать понимание проведенных расчетов (рассуждений), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что решение задач проводится по рассмотренному на лекциях материалу и связано, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться обучающимся на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и в процессе решения задач. При этих условиях обучающийся не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (что очень важно) для активной проработки лекционного материала.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если обучающийся видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений (рассуждений, преобразований) составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение задач следует излагать подробно, вычисления (рассуждения, преобразования) располагать в строгом порядке. Решение при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Полезно (если это возможно) решать задачу несколькими способами и сравнивать полученные результаты. Решение задач определённого типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Подготовка к зачету способствует закреплению, углублению и систематизации знаний, получаемых в процессе обучения. Готовясь к зачету, обучающийся ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, упорядочивает свои знания. На зачете обучающийся демонстрирует как теоретические знания, приобретённые в процессе обучения по данной учебной дисциплине, так и навыки их практического использования при решении задач.

Необходимо ориентировать обучающихся на систематическую подготовку к занятиям в течение семестра, поскольку это позволит освоить основы изучаемой дисциплины, а время сессии можно будет использовать для систематизации уже имеющихся знаний.

7. Оценочные средства

7.1. Паспорт оценочных средств

Семестр	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
2	ОПК-1	Тестовые задания №1-500 Вопросы к зачету №1-70 Задачи 1-27 индивидуального домашнего задания Контрольные работы №1,2

7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

Темы письменных работ

№ п/п	Темы
1	Множества. Соответствия. Комбинаторика. Графы (контрольная работа №1)
2	Алгебра высказываний. Булевы функции. Алгебра предикатов (контрольная работа №2)
3	Множества. Соответствия. Отношения. Комбинаторика. Графы. Булевы функции (индивидуальное домашнее задание)

7.2.1. Индивидуальное домашнее задание по курсу «Основы дискретной математики и логики»

(наименование оценочного средства)

Цель работы: овладеть навыками решения типовых задач по изучаемому курсу.

Типовые примеры заданий

Задание 1. Справедливо ли в общем случае утверждение: если $A \subseteq B$ и $B \in C$ и $C \subseteq D$ то $A \subseteq D$? Может ли при некоторых A, B, C, D выполняться набор условий: $A \subseteq B, B \in C, C \subseteq D, A \subseteq D$?

Задание 2. Для универсального множества $U = \{-5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5\}$, множества $A = \{-1; 1; 4; 3\}$ и множества B , являющегося множеством корней уравнения $x^4 + x^3 - 12x^2 - 28x - 16 = 0$,

а) найти множества $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B, \bar{A}, C = (A \Delta B) \Delta A$,

б) выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств A и C : $A \subset C$, или $C \subset A$, или $A = C$, или $A \cap C = \emptyset$, или A и C находятся в общем положении,

в) найти множество всех подмножеств множества B .

Задание 3. Пусть A, B, C , - множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют условиям $x^2 + y^2 \leq 6$, $x^2 + y + 1 \geq 0$ и $|x| \leq 6, -3 \leq y \leq -2$ соответственно. Изобразите в системе координат xOy множество D , полученное из множеств A, B и C по формуле $(A \cup B) \Delta C$. □

Задание 4. Существуют ли множества A, B, X такие, что выполняется набор условий $X \cap A = A \cap B = A \cup B = \emptyset, \bar{B} \neq \emptyset$? Существуют ли множества N, P, E такие, что выполняется набор условий $N \setminus E = N \setminus P = \emptyset, E \setminus P \neq \emptyset$?

Задание 5. Выяснить взаимное расположение множеств $D = B \cup \bar{X}$, $E = (B \cap X) \cup (\bar{X} \setminus (B \cap A))$, $F = (\bar{B} \cap \bar{X}) \cup (B \cap (X \setminus A))$, если A, B, X – произвольные подмножества универсального множества U .

Задание 6. Упростить выражение $\overline{((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cup \bar{B})) \cap (B \cap \bar{C})}$.

Задание 7. Проверить справедливость равенства $A \times C = (A \times (C \setminus B)) \cup (A \times (C \cap B))$ для $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, $C = \{1, 3\}$. Выяснить, верно ли данное равенство для произвольных A, B, C .

Задание 8. Для данного графика $P = \{(1, 2), (1, 3), (4, 2), (2, 3), (3, 3)\}$ найти:

P^{-1} , $P \circ P$, $P^{-1} \circ P$, $\text{pr}_2(P^{-1} \circ P) \times \text{pr}_1(P \circ P)$.

Задание 9. Дано соответствие $\Gamma = (X, Y, G)$. Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Γ . Найти образ множества A и прообраз множества B при данном соответствии. Построить соответствие между бесконечными множествами, обладающее тем же набором свойств, что и Γ . Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположным данному. $X = \{a, b, c, d, e\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$, $G = \{(a, 2), (b, 3), (c, 1), (d, 2), (e, 1)\}$, $A = \{e, c\}$, $B = \{2, 3\}$.

Задание 10. Дано соответствие $\Gamma = (X, Y, G)$. Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Γ . Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположным данному. X – множество многочленов 2-й степени от одной переменной с действительными коэффициентами, $Y = \mathbb{R}$, $\Gamma = \{(\text{многочлен, его корень})\}$.

Задание 11. Проверить для произвольных отношений Φ и Ψ справедливость утверждения: «Если отношения Φ и Ψ обладают свойством антирефлексивности, то отношение $T = \Phi \cup \Psi$ также обладает свойством антирефлексивности».

Задание 12. Сколькими способами из колоды в 36 листов можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, чтобы в этом наборе были в точности 1 «король», 2 «дамы», 1 «пиковая» карта?

Задание 13. Сколько существует различных перестановок букв слова «атаман», при которых согласные идут в алфавитном порядке, а буквы «а» не стоят рядом?

Задание 14. Найти наибольший член разложения бинома $(\sqrt{5} + 3)^{17}$.

Задание 15. Из данной пропорции найти x и y . $C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^y : C_{x+1}^{y-1} = 5 : 4 : 2$.

Задание 16. Найти коэффициент при x^{23} в разложении выражения $P = (2 + x^2 - x^3)^{13}$ по полиномиальной формуле, полученный после раскрытия скобок и приведения подобных членов.

Задание 17. Сколько натуральных чисел от 1 до 10000 не делится ни на 4, ни на 5, ни на 6, ни на 7?

Задание 18. Подсчитать количество различных перестановок цифр числа 4244522, при которых никакие 3 одинаковые цифры не следуют друг за другом.

Задание 19. Построить таблицу значений булевой функции $f(x, y, z) = x \oplus y \wedge z \rightarrow \bar{x} \vee \bar{z}$.

Задание 20. Записать таблицу значений функции $h(x, y)$, являющейся суперпозицией функций f_1 и f_2 , если $f_1 = (1001 \ 0111)$, $f_2 = (0110 \ 1011)$, $h(x, y) = f_1(x, f_2(x, x, y), y)$.

Задание 21. Для данной функции $f(x, y, z)$ выяснить какие ее переменные являются фиктивными, а какие существенными. Выразить $f(x, y, z)$ формулой, содержащей только существенные переменные. $f(x, y, z) = (1011 \ 1011)$.

Задание 22. Преобразовать данную формулу $f(x, y, z)$ в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных. $f(x, y, z) = x \bar{y} z \vee \bar{x} \bar{y} \bar{z} \vee x \bar{y} \bar{z} \vee x \bar{y} \bar{z}$.

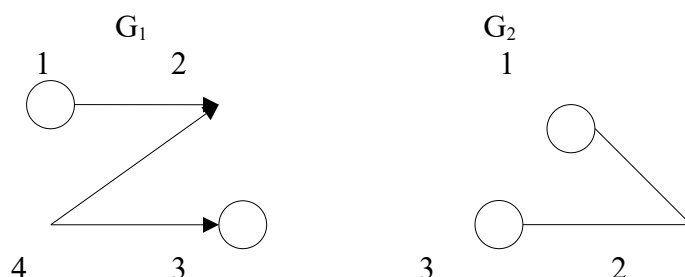
Задание 23. Выяснить вопрос о равносильности ДНФ f_1, f_2, f_3 сведением их к СДНФ. Преобразовать с помощью дистрибутивных законов f_2 в КНФ, упростить полученное выражение. $f_1 = \bar{x}\bar{y} \vee x\bar{y} \vee yz$, $f_2 = x\bar{y} \vee xz$, $f_3 = \bar{y} \vee z$.

Задание 24. Найти двумя способами полином функции. Найти СДНФ, СКНФ. $f = (10010111)$.

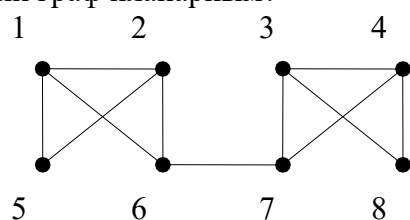
Задание 25. Доопределить функции $f(x,y,z)$, $g(x,y,z)$, $h(x,y,z)$ так, чтобы $f \in M, g \in L, h \in S$. Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это. Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0, T_1 .

$f = (-10-1---)$, $g = (-10- -0-0)$, $h = (-0--11-1)$.

Задание 26. Даны графы G_1 и G_2 . Найдите $G_1 \cup G_2$, $G_1 \cap G_2$, $G_1 \oplus G_2$ аналитически и изобразить результат графически. Для графа $G_1 \cup G_2$ найдите матрицу смежности, матрицу инцидентности, компоненты сильной связности, маршруты (но не цепи) длины 7; простые цепи, простые циклы, исходящие из вершины 1.



Задание 27. Найдите степени всех вершин, радиус и диаметр графа G . Является ли изображенный граф планарным?



Краткое описание и регламент выполнения

Индивидуальное домашнее задание сдается преподавателю в конце семестра на зачетной неделе.

Критерии оценки:

- верное выполнение 90-100% заданий - 15 баллов;
- верное выполнение 80-89% заданий - от 13 до 14 баллов;
- верное выполнение 66-79% заданий - от 11 до 12 баллов;
- верное выполнение 50-65% заданий - от 8 до 10 баллов;
- верное выполнение менее 50% заданий - от 0 до 7 баллов.

7.2.2. Контрольная работа №1 по теме «Множества. Соответствия. Комбинаторика. Графы»

(наименование оценочного средства)

Цель работы: овладеть навыками исследования и построения множеств и соответствий по заданным условиям, навыками решения комбинаторных задач, исследования и построения графов.

Типовые примеры заданий

Задание 1. Для универсального множества $U=\{-5,-4,-3,-2,-1, 1, 2, 3, 4, 5\}$, множества $A=\{-1,1,2,3\}$ и для $B=\{-4, 1, 4, 5\}$

а) найти множества $A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A, A \Delta B, \bar{A}, C=(A \Delta B) \Delta A$,

б) выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств A и C : $A \subset C$, или $C \subset A$, или $A=C$, или $A \cap C = \emptyset$, или A и C находятся в общем положении,

в) найти множество всех подмножеств множества B .

Задание 2. Дано соответствие $\Gamma=(X, Y, G)$. Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Γ . Найти образ множества A и прообраз множества B при данном соответствии.

а) $X=\{a, b, c, d, e\}, Y=\{1, 2, 3\}, G=\{(a,2), (b,3), (c,1), (d,2), (e,1)\}, A=\{e,c\}, B=\{2,3\}$.

б) $X=\{\text{Множество кругов на плоскости}\}, Y=\{\text{Множество точек плоскости}\}$ G -(круг, его центр).

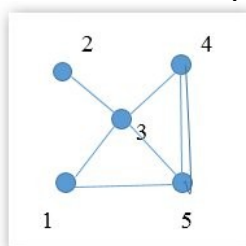
Задание 3. Из 20 студентов надо назначить 5 дежурных. Сколькими способами это можно сделать?

Задание 4. Сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова «ворон», так чтобы две буквы «о» не стояли рядом?

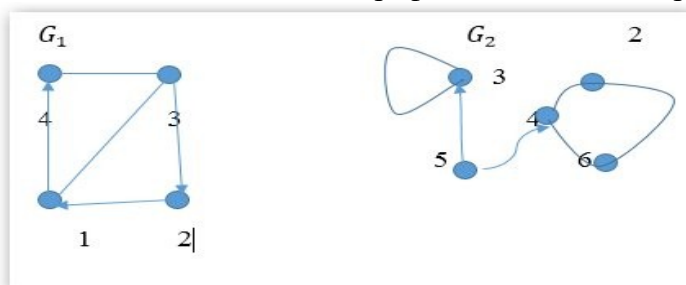
Задание 5. Из 7 русских и 4 немцев нужно составить комиссию в 6 лиц. Сколькими способами можно это сделать, если в состав комиссии должно войти не менее 2 немцев?

Задание 6. В группе 35 учащихся. Из них 20 посещают математический кружок, 11 – физический; 10 учащихся не посещают ни одного из этих кружков. Сколько учащихся посещают оба кружка? Сколько учащихся посещают только математический кружок?

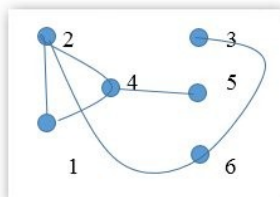
Задание 7. Для заданного графа составить матрицы смежности, инцидентности, определить степени вершин.



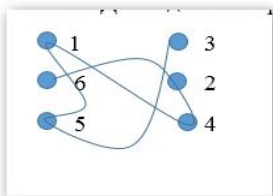
Задание 8. Для заданных графов G_1 и G_2 найти графы $G_1 \cup G_2, G_1 \cap G_2, G_1 \Delta G_2, \overline{G_1}$.



Задание 9. Для заданного графа найти диаметр, центр (или центры), радиус.



Задание 10. Для заданного графа построить его плоское изображение.



Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа выполняется на практическом занятии после изучения модуля «Теория графов» и сдается преподавателю.

Критерии оценки:

- 25 баллов - правильное выполнение 90-100% заданий;
- 20-24 баллов – правильное выполнение 80-89% заданий;
- 15-19 баллов - правильное выполнение 66-79% заданий;
- 12-14 баллов - правильное выполнение 50-65% заданий;
- 0-11 баллов - правильное выполнение менее 50% заданий.

7.2.3. Контрольная работа №2 по теме «Алгебра высказываний. Булевы функции. Алгебра предикатов»

(наименование оценочного средства)

Цель работы: овладеть навыками исследования и преобразования формул алгебры высказываний и алгебры предикатов, навыками исследования и построения булевых функций по заданным требованиям.

Типовые примеры заданий

Задание 1. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к ДНФ.

$$X \vee Y \rightarrow \bar{Z} \wedge \bar{X}$$

Задание 2. Эквивалентными преобразованиями привести формулу из задания 1 к КНФ.

Задание 3. Преобразовать данную формулу $x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}\bar{z}$ в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных.

Задание 4. Доопределить функции $f(x,y,z)=(-10-1---$), $g(x,y,z)=(-10-0-0)$, $h(x,y,z)=(-0--11-1)$ так, чтобы $f \in M$, $g \in L$, $h \in S$. Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это. Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0, T_1 .

Задание 5. Минимизировать ДНФ и КНФ.

1111 0110 1110 1110

Задание 6. Представить функцию в виде полинома. 1001 0111

Задание 7. Изобразить на плоскости XOY множество истинности предиката, заданного на R^2 .

$$P(x, y) = (x \geq 0) \rightarrow (y \geq 0).$$

Задание 8. Выяснить, является ли первый предикат следствием второго, а второй – следствием первого, если предикаты заданы на множестве R .

$$P(x) = x^2 - 1$$

Задание 9. Выяснить, выполняема ли формула

$$\exists x \forall y (Q(x, x) \wedge \bar{Q}(x, y)).$$

Задание 10. Выяснить, является ли общезначимой формула

$$\exists x \forall y Q(x, y) \rightarrow \forall y \exists x Q(x, y).$$

Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа выполняется на практическом занятии после изучения модуля «Алгебра предикатов» и сдается преподавателю.

Критерии оценки:

- 25 баллов - правильное выполнение 90-100% заданий;
- 20-24 баллов – правильное выполнение 80-89% заданий;
- 15-19 балла - правильное выполнение 66-79% заданий;
- 12-14 баллов - правильное выполнение 50-65% заданий;
- 0-11 баллов - правильное выполнение менее 50% заданий.

Процедура оценивания за посещаемость

Посещаемость занятий в течение всего семестра оценивается баллами от 0 до 10.

Критерии оценки:

0 баллов выставляется обучающемуся, не посетившему ни одного занятия. 10 баллов выставляется обучающемуся, присутствовавшему на всех занятиях. От 1 до 9 баллов выставляется обучающемуся пропорционально количеству посещенных им занятий.

7.2.4. Тест итоговый по курсу «Основы дискретной математики и логики»

(наименование оценочного средства)

Типовые примеры заданий

Модуль I. Теория множеств. Комбинаторика

Тема 1.1. Множества и операции над ними

1. Пусть A и B множества. Запись $A \subseteq B, B \subseteq A$ означает
 - ☐ множество A является строгим подмножеством множества B , которое является истинным подмножеством множества A
 - ☐ множества A и B являются бесконечными
 - ☐ множества A и B являются конечными
 - ☐ множества A и B не являются пустыми
 - ☐ множества A и B равны
2. Пусть A - непустое множество всех учеников школы, B - множество учеников пятых классов этой школы, C - множество учеников седьмых классов этой школы. Тогда ложным является утверждение
 - ☐ $B \subset A$
 - ☐ $B \cup C \subset A$
 - ☐ $B \setminus C \subset A$
 - ☐ $(B \cap C) \setminus A = \emptyset$
 - ☐ $A \subset (B \cup C)$
3. Свойством коммутативности не обладает операция:
 - ☐ разность множеств
 - ☐ объединение множеств
 - ☐ пересечение множеств
 - ☐ симметрическая разность множеств
4. Свойством коммутативности обладает операция

- ☐ разность множеств
 - ☐ объединение множеств
 - ☐ пересечение множеств
 - ☐ симметрическая разность множеств
5. Ассоциативной не является операция
- ☐ объединение множеств
 - ☐ деление чисел
 - ☐ умножение дробей
 - ☐ пересечение множеств

Тема 1.2. Соответствия между конечными множествами

6. Дано соответствие $\Gamma=(X, Y, G)$, где $X=\{a, b, c, d, e\}$, $Y=\{1, 2, 3\}$, $G=\{(a,2), (b,3), (c,1), (d,2), (e,1)\}$. Γ обладает свойствами:
- ☐ всюду определенность
 - ☐ функциональность
 - ☐ сюръективность
 - ☐ инъективность
7. Дано соответствие $\Gamma=(X, Y, G)$, где $X=\{a, b, c, d\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4\}$, $G=\{(a,4), (b,3), (c,2), (d,1)\}$. Γ обладает свойствами:
- ☐ всюду определенность
 - ☐ функциональность
 - ☐ сюръективность
 - ☐ инъективность

Тема 1.3. Соответствия между бесконечными множествами

8. Дано соответствие $\Gamma=(X, Y, G)$, где $X=\{\text{Многочлены 2 степени от одной переменной с действительными коэффициентами}\}$, $Y=\mathbb{R}$, $G=\{(\text{многочлен, его корень})\}$. Γ обладает свойствами:
- ☐ всюду определенность
 - ☐ функциональность
 - ☐ сюръективность
 - ☐ инъективность
9. Дано соответствие $\Gamma=(X, Y, G)$, где $X=\{\text{Множество кругов на плоскости}\}$, $Y=\{\text{Множество точек плоскости}\}$, $G=\{(\text{круг, его центр})\}$. Γ обладает свойствами:
- ☐ всюду определенность
 - ☐ функциональность
 - ☐ сюръективность
 - ☐ инъективность

Тема 1.4. Отношения

10. Отношение φ на A , где A - множество студентов ТГУ, $x \varphi y \Leftrightarrow x$ и y учатся на одном курсе, обладает свойствами:
- ☐ рефлексивность
 - ☐ антирефлексивность
 - ☐ симметричность
 - ☐ антисимметричность
 - ☐ транзитивность

11. Отношение φ на A , где $A = P(U)$, U – множество точек плоскости, $A \varphi B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$, обладает свойством
- ☐ рефлексивность
 - ☐ антирефлексивность
 - ☐ симметричность
 - ☐ антисимметричность
 - ☐ транзитивность

Тема 1.5. Биномиальные коэффициенты

12. Ложным является утверждение

- ☐ $C_n^0 + C_n^1 + C_n^2 + \dots + C_n^n = 2^n$
- ☐ $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$
- ☐ $C_6^3 = C_5^3 + C_6^2$
- ☐ $C_7^3 = C_7^4$
- ☐ $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$

13. Ложным является утверждение

- ☐ $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + (-1)^n C_n^n = 0$
- ☐ $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k+1}$
- ☐ $C_6^3 = C_5^3 + C_5^2$
- ☐ $C_7^3 = C_7^4$
- ☐ $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$

14. Верными формулами для биномиальных коэффициентов являются:

- ☐ $C_7^3 = C_7^4$
- ☐ $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$
- ☐ $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$
- ☐ $C_n^k = C_n^{n-k}$
- ☐ $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + C_n^n = 0$

15. Верными формулами для биномиальных коэффициентов являются:

- ☐ $C_7^3 = C_7^5$
- ☐ $C_n^n = n$
- ☐ $C_n^1 = 1$
- ☐ $C_n^k = C_n^{n-k}$
- ☐ $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + C_n^n = 0$

16. Верными формулами для биномиальных коэффициентов являются:

- ☐ $C_n^n = 1$
- ☐ $C_n^2 = \frac{n(n-1)}{2}$
- ☐ $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$
- ☐ $C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - \dots + C_n^n = 0$

Тема 1.6. Комбинаторика

Подтема 1.6.1. Формулы комбинаторики

17. Комбинаторный анализ занимается изучением
- объектов из конечного множества $E = \{a_1, \dots, a_n\}$ и их свойств;
 - элементов из конечного множества $E = \{a_1, \dots, a_n\}$ и их свойств;
 - объектов из бесконечного множества $E = \{a_1, \dots, a_n, \dots\}$ и их свойств;
 - элементов из бесконечного множества $E = \{a_1, \dots, a_n, \dots\}$ и их свойств.
18. Пусть $E = \{a_1, \dots, a_n\}$. Размещением элементов из E по k называется
- упорядоченное множество из k элементов, принадлежащих E ;
 - неупорядоченное множество из k элементов, принадлежащих E ;
 - упорядоченное множество из произвольных k элементов;
 - неупорядоченное множество из произвольных k элементов.
19. Перестановки – это частный случай
- размещений элементов из E по k , когда $k = n$;
 - сочетаний элементов из E по k , когда $k = n$;
 - перемещений элементов из E по k , когда $k = n$.
20. Пусть $E = \{a_1, \dots, a_n\}$. Сочетанием элементов из E по k называется
- неупорядоченное подмножество из k элементов, принадлежащих E ;
 - упорядоченное подмножество из k элементов, принадлежащих E ;
 - неупорядоченное подмножество из k элементов;
 - упорядоченное подмножество из k элементов.
21. Пусть $E = \{a_1, a_2, a_3\}$ и $k = 2$. Сочетаниями из E по 2 будут ...
- $\{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_2, a_3\}$;
 - $\{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_2, a_3\}, \{a_2, a_1\}$;
 - $\{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_2, a_3\}, \{a_3, a_1\}$;
 - $\{a_1, a_2\}, \{a_1, a_3\}, \{a_2, a_2\}$.

Подтема 1.6.2. Размещения

22. Сколькими способами можно составить расписание одного учебного дня из 5 различных уроков?
- 30
 - 100
 - 120
 - 5
23. В 9«Б» классе 32 учащихся. Сколькими способами можно сформировать команду из 4 человек для участия в математической олимпиаде?
- 128
 - 35960
 - 36
 - 46788

24. Сколько существует различных двузначных чисел, в записи которых можно использовать цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе должны быть различными?
- ☐ 10
 - ☐ 60
 - ☐ 20
 - ☐ 30
25. Сколько различных пятизначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5?
- ☐ 100
 - ☐ 30
 - ☐ 5
 - ☐ 120
26. Имеются помидоры, огурцы, лук. Сколько различных салатов можно приготовить, если в каждый салат должно входить 2 различных вида овощей?
- ☐ 3
 - ☐ 6
 - ☐ 2
 - ☐ 1

Подтема 1.6.3. Сочетания

27. Оля решила послать пять разных поздравительных открыток пяти подругам. Сколькими способами она может это сделать?
- ☐ 25
 - ☐ 120
 - ☐ 10
 - ☐ 5
28. Пять юношей и три девушки — купили 8 билетов в кинотеатр (места в одном ряду, идут подряд). Сколькими способами они могут разместиться, если девушки хотят сидеть обязательно вместе?
- ☐ 15
 - ☐ 126
 - ☐ 720
 - ☐ 4320
29. Шести игрокам команды надо раздать майки с номерами от 1 до 6. Сколькими способами это можно сделать?
- ☐ 36
 - ☐ 120
 - ☐ 4220
 - ☐ 720
30. На книжную полку надо поставить 7 книг, из которых 3 — одного автора. Сколькими способами это можно сделать, если книги одного автора должны стоять вместе?
- ☐ 6
 - ☐ 720
 - ☐ 24
 - ☐ 144
31. Сколькими способами можно разделить 5 различных карандашей между двумя школьниками так, чтобы у каждого был хотя бы один карандаш?
- ☐ 28
 - ☐ 30
 - ☐ 32

- 34

Модуль II. Булевы функции

Тема 2.1. Логические функции

32. Число $P_2(n)$ всех функций из P_2 , зависящих от n переменных x_1, x_2, \dots, x_n , равно ...
- 2^n ;
 - n^n ;
 - $n!$;
 - 2^{2^n} .
33. Количество всех возможных булевых функций $y=f(a,b)$ равно _____.
34. Если булева функция $f(x_1, \dots, x_n)$ содержит 3 фиктивные переменные, то она фактически зависит от _____ переменных.
35. Эквивалентность булевых формул обозначается знаком
- \sim
 - \approx
 - $=$
 - \equiv
 - \cong
36. Количество всех возможных булевых функций $f(x_1, \dots, x_n)$ равно
- 2^n ;
 - n^n ;
 - $n!$;
 - 2^{2^n} .

Тема 2.2. Таблица истинности

37. Функция $(x \mid y) \rightarrow \bar{z} \wedge y + z$ принимает значения:
- 01110110
 - 00011100
 - 01110111
 - 00000001
 - 01000011
38. Функция $x \vee \overline{y \rightarrow z} + y$ принимает значения:
- 01110110
 - 00011100
 - 01110111
 - 00000001
 - 01000011

Тема 2.3. Суперпозиция функций

39. Таблица функции $h(x,y) = f_1(x, f_2(x,x,y), y)$, являющейся суперпозицией функций f_1 и f_2 , если $f_1 = (1001 \ 0111)$, $f_2 = (0110 \ 1011)$
- 1111
 - 1011

- 1101
 - 0001
 - 1100
40. Таблица функции $h(x,y) = f_1(x, f_2(y,x,y),x)$, являющейся суперпозицией функций f_1 и f_2 , если $f_1=(1001\ 0111)$, $f_2=(0110\ 1011)$
- 1111
 - 1011
 - 1101
 - 0001
 - 1100

Тема 2.4. Существенные и фиктивные переменные

41. Фиктивными переменными для функции $f(x,y,z)=(1011\ 1011)$ являются
- x
 - y
 - z
 - x, y
 - x, z
 - y, z
42. Фиктивными переменными для функции $f(x,y,z)=(0111\ 0111)$ являются
- x
 - y
 - z
 - x, y
 - x, z
 - y, z

Тема 2.5. Законы булевой алгебры

43. Формула $\bar{x}yz \vee xz \vee y\bar{z} \vee \overline{y\bar{z}}$ преобразовывается в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных:
- $y \vee z$
 - yz
 - $y \vee \bar{z}$
 - $y\bar{z} \vee \bar{y}z$
 - $\bar{y}z$
44. Формула $\bar{x}yz \vee \bar{z} \vee \bar{y} \vee xyz \vee \overline{x \vee \bar{y} \vee \bar{z}}$ преобразовывается в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных:
- $y \vee z$
 - yz
 - $y \vee \bar{z}$
 - $y\bar{z} \vee \bar{y}z$
 - $\bar{y}z$

Тема 2.6. Совершенные нормальные формы

Подтема 2.6.1. СДНФ

45. Количество элементарных конъюнкций, входящих в СДНФ функции $f(x,y,z,t)=(1011\ 1111\ 1110\ 0010)$ равно:
46. Количество элементарных конъюнкций, входящих в СДНФ функции $f(x,y,z,t)=(1100\ 0110\ 1111\ 0111)$ равно:

Подтема 2.6.2. СКНФ

47. Элементарные дизъюнкции, входящие в СКНФ функции $f(x,y,z)=(0101\ 1000)$:
- ☐ $\bar{x} \vee \bar{y} \vee z$
 - ☐ $\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}$
 - ☐ $x \vee y \vee z$
 - ☐ $\bar{x} \vee y \vee z$
 - ☐ $x \vee \bar{y} \vee \bar{z}$
48. Элементарные дизъюнкции, входящие в СКНФ функции $f(x,y,z)=(0101\ 0110)$:
- ☐ $\bar{x} \vee \bar{y} \vee z$
 - ☐ $\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}$
 - ☐ $x \vee y \vee z$
 - ☐ $\bar{x} \vee y \vee z$
 - ☐ $x \vee \bar{y} \vee \bar{z}$

Тема 2.7. Полином Жегалкина

49. Полином Жегалкина функции $f(x,y,z)=(0101\ 1001)$ имеет вид
- ☐ $x \oplus z \oplus xy$
 - ☐ $1 \oplus x \oplus z \oplus xy$
 - ☐ $y \oplus xz \oplus yz \oplus xyz$
 - ☐ $1 \oplus z \oplus xy \oplus xz \oplus xyz$
 - ☐ $x \oplus y \oplus z \oplus yz$
50. Полином Жегалкина функции $f(x,y,z)=(1010\ 0111)$ имеет вид
- ☐ $x \oplus z \oplus xy$
 - ☐ $1 \oplus x \oplus z \oplus xy$
 - ☐ $y \oplus xz \oplus yz \oplus xyz$
 - ☐ $1 \oplus z \oplus xy \oplus xz \oplus xyz$
 - ☐ $x \oplus y \oplus z \oplus yz$

Тема 2.8. Класс монотонных функций

51. Доопределить функцию $f(x,y,z)=(-10-1---)$ так, чтобы $f \in M$ (запишите все недостающие значения по порядку без запятых и пробелов)
52. Доопределить функцию $f(x,y,z)=(---01---)$ так, чтобы $f \in M$ (запишите все недостающие значения по порядку без запятых и пробелов)

Тема 2.9. Класс самодвойственных функций

53. Доопределить функцию $f(x,y,z)=(\text{---}1\text{ }010)$ так, чтобы $f \in S$ (запишите все недостающие значения по порядку без запятых и пробелов)
54. Доопределить функцию $f(x,y,z)=(0\text{--}10\text{ --}0\text{--})$ так, чтобы $f \in S$ (запишите все недостающие значения по порядку без запятых и пробелов)

Тема 2.10. Класс линейных функций

55. Доопределить функцию $g(x,y,z)=(\text{--}10\text{-- }0\text{--}0)$ так, чтобы $g \in L$ (запишите все недостающие значения по порядку без запятых и пробелов)
56. Доопределить функцию $g(x,y,z)=(1\text{--}0\text{ }1\text{--}1)$ так, чтобы $g \in L$ (запишите все недостающие значения по порядку без запятых и пробелов)

Тема 2.11. Классы Поста

57. Для функции $f(x,y,z)=(0101\ 1001)$, определить, является ли она:
- ☐ линейной
 - ☐ монотонной
 - ☐ самодвойственной
 - ☐ функцией из класса T_0
 - ☐ функцией из класса T_1
58. Для функции $f(x,y,z)=(1010\ 0111)$, определить, является ли она:
- ☐ линейной
 - ☐ монотонной
 - ☐ самодвойственной
 - ☐ функцией из класса T_0
 - ☐ функцией из класса T_1

Тема 2.12. Полные системы

59. Системы функций, являющиеся полными:
- ☐ $\{\vee, \wedge\}$
 - ☐ $\{\neg, \wedge\}$
 - ☐ $\{\neg, \vee\}$
 - ☐ $\{\neg, \oplus\}$
 - ☐ $\{\neg, \vee, \wedge\}$
60. Системы функций, являющиеся неполными:
- ☐ $\{\vee, \wedge\}$
 - ☐ $\{\neg, \wedge\}$
 - ☐ $\{\neg, \vee\}$
 - ☐ $\{\neg, \oplus\}$
 - ☐ $\{\neg, \vee, \wedge\}$

Модуль III. Теория графов

Тема 3.1. Способы задания графов

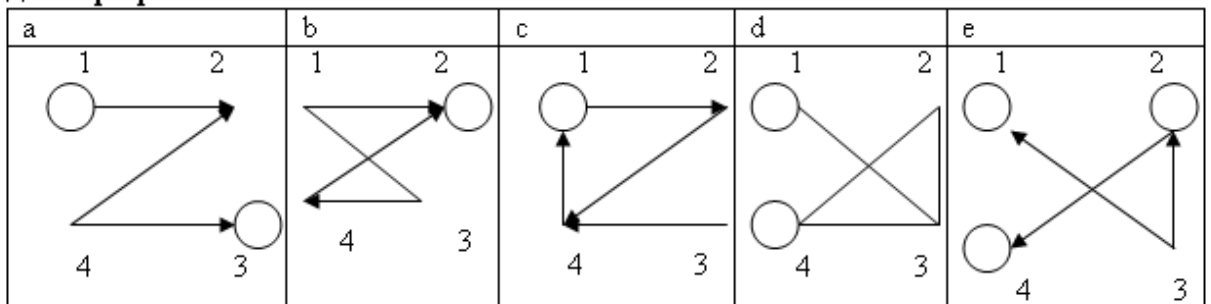
61. Матрицей

смежности

	1	2	3	4
1	1	1	0	0
2	0	0	0	0
3	0	0	1	0
4	0	1	1	0

задан

граф



- ☐ a
- ☐ b
- ☐ c
- ☐ d
- ☐ e

Тема 3.2. Виды графов

62. Маршрут, в котором начало и конец совпадают называется:

- ☐ простой цепью
- ☐ цепью
- ☐ циклическим маршрутом

- путем
- 63. Цикл, содержащий все ребра графа называется
 - эйлеров граф
 - цикл
 - эйлерова цепь
 - эйлеров цикл
- 64. Граф, который может быть изображен на плоскости так, что все пересечения ребер являются его вершинами:
 - плоский граф
 - дерево
 - лес
 - полный граф
- 65. Если множество вершин графа конечно, то граф называется:
 - циклическим
 - взвешенным
 - конечным
 - оргграфом
- 66. В неориентированном графе последовательность ребер, в которой два соседних ребра имеют общую вершину называется:
 - простой цепью
 - цепью
 - циклическим маршрутом
 - маршрутом

Модуль IV. Алгебра высказываний. Алгебра предикатов

Тема 4.1. Алгебра высказываний

- 67. Указать предложение, не являющееся высказыванием.
 - $7 \times 8 = 59$
 - Пушкин – автор романа «Евгений Онегин»
 - Дожливый день никого не радует
- 68. Указать пару, в которой высказывания являются отрицаниями друг друга.
 - Ответ на вопрос известен только одному студенту в группе. Ответа на вопрос не знает никто из группы
 - Все чётные числа кратны четырём. Существует чётное число, не делящееся на 4
 - Данный треугольник является остроугольным. В данном треугольнике есть тупой угол
- 69. Пусть высказывания $A_1 \rightarrow B_1, A_2 \rightarrow B_2, A_3 \rightarrow B_3, A_1 A_2 A_3, \overline{B_k B_l}, k \neq l;$
 $k, l = 1, 2, 3$, истинны. Что можно сказать о высказываниях $B_1 \rightarrow A_1, B_2 \rightarrow A_2, B_3 \rightarrow A_3$
 ?
 - Высказывания ложны

- Высказывания истинны
 - Высказывания могут быть как истинными, так и ложными
70. ДНФ формулы $\bar{X} \rightarrow (Y \leftrightarrow \bar{Z})$ имеет вид
- $\bar{X} \vee (\bar{Y} \wedge Z) \vee (Y \wedge \bar{Z})$
 - $X \vee (\bar{Y} \wedge Z) \vee (Y \wedge \bar{Z})$
 - $X \vee (\bar{Y} \wedge \bar{Z}) \vee (Y \wedge \bar{Z})$
 - $\bar{X} \vee (\bar{Y} \wedge \bar{Z}) \vee (Y \wedge \bar{Z})$
71. КНФ формулы $\bar{Z} \leftrightarrow (Y \rightarrow X \wedge Z)$ имеет вид
- $(Z \vee \bar{Y}) \wedge (\bar{Z} \vee Y) \wedge (Z \vee \bar{X})$
 - $(Z \vee \bar{Y}) \wedge (\bar{Z} \vee Y) \wedge (Z \vee X)$
 - $(Z \vee \bar{Y}) \wedge (\bar{Z} \vee Y) \wedge (\bar{Z} \vee \bar{X})$
 - $(Z \vee \bar{Y}) \wedge (\bar{Z} \vee Y) \wedge (\bar{Z} \vee X)$

Тема 4.2. Алгебра предикатов

72. Выбрать ложное высказывание, если известно, что все переменные принимают значения в R .
- $\forall xy (\dot{x} - y \vee \leq 3)$
 - $\exists xy (\dot{x} - y \vee \leq 3)$
 - $\forall x \exists y (\dot{x} - y \vee \leq 3)$
73. Выбрать истинные высказывания, если известно, что все переменные принимают значения в R .
- ☐ $\forall xy (\cos x \neq \cos y)$
 - ☐ $\forall x \exists y (\cos x \neq \cos y)$
 - ☐ $\exists x \forall y (\cos x \neq \cos y)$
 - ☐ $\exists xy (\cos x \neq \cos y)$
74. Выполнимыми являются следующие формулы алгебры предикатов:
- ☐ $\exists x \forall y R(x, y) \rightarrow \overline{P(x, y)}$
 - ☐ $\forall z R(z) \leftrightarrow \exists x Q(x, y)$
 - ☐ $\bar{P}(x) \vee \exists z (R(z) \rightarrow Q(z))$
 - ☐ $\forall y (Q(y) \vee R(y)) \rightarrow \forall x R(x)$
 - ☐ $\forall xy R(x, y) \wedge \bar{R}(t, z)$

75. Пусть U_1 и U_2 – формулы алгебры предикатов, имеющие свободные вхождения переменной x . Выбрать ложное утверждение.
- $\forall x (U_1 \wedge U_2)$
 - $\exists x (U_1 \wedge U_2)$
 - $\exists x (U_1 \vee U_2)$
76. Приведённая форма для формулы $\exists xy (P(x, y) \leftrightarrow (\overline{Q}(x, y) \rightarrow R(x, y)))$ алгебры предикатов имеет вид
- $\exists xy (P(x, y) \wedge \overline{Q}(x, y) \wedge R(x, y))$
 - $\exists xy (P(x, y) \wedge \overline{Q}(x, y) \vee R(x, y))$
 - $\exists xy (P(x, y) \vee \overline{Q}(x, y) \wedge R(x, y))$
 - $\exists xy (P(x, y) \vee \overline{Q}(x, y) \vee R(x, y))$
77. Предварённая нормальная форма для формулы $P(y) \rightarrow \forall x Q(x, y) \rightarrow P(y)$ алгебры предикатов имеет вид
- $\forall x (P(y) \vee Q(x, y))$
 - $\forall x (P(y) \wedge Q(x, y))$
 - $\forall x (P(y) \vee \overline{Q}(x, y))$
 - $\forall x (P(y) \wedge \overline{Q}(x, y))$

7.2.5. Задания для оценки сформированности компетенций

(наименование оценочного средства)

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

(код и наименование компетенции)

ОМ закрытого типа

Задание 1

Выберите несколько правильных вариантов ответа.

Укажите, какие из приведенных теоретико-множественных операций обладают свойством коммутативности.

- а) разность
- б) объединение
- в) пересечение
- г) симметрическая разность

Правильный ответ: б, в, г.

Задание 2

Выберите один правильный вариант ответа.

Укажите, какое из заданных множеств совпадает со множеством C , если $A = \{1; 2; 3\}$; $B = \{2; 3; 4\}$; $C = \{4\}$.

- а) $B \setminus A$
- б) $A \setminus B$

в) $A \cup B$

г) $A \cap B$

Правильный ответ: а.

Задание 3

Выберите один правильный вариант ответа.

Декартово произведение множеств $A = \{1;2\}$ и $B = \{2;3\}$ имеет вид

а) $\{(2;1);(2;2);(3;1);(3;2)\}$

б) $\{(1;2);(1;1);(2;1);(2;2)\}$

в) $\{(1;2);(1;3);(2;2);(2;3)\}$

г) $\{(2;3);(2;2);(3;2);(3;3)\}$

Правильный ответ: в.

Задание 4

Выберите один правильный вариант ответа.

Симметрическая разность множеств A и B совпадает со множеством

а) $\{x: x \in A \text{ и } x \in B\}$

б) $\{x: x \in A \text{ или } x \in B\}$

в) $\{x: x \in A \text{ и } x \notin B\}$

г) $\{x: x \in A \text{ и } x \notin B\} \cup \{x: x \notin A \text{ и } x \in B\}$

Правильный ответ: г.

Задание 5

Выберите несколько правильных вариантов ответа.

Укажите, какими свойствами обладает соответствие $\Gamma = (X, Y, G)$, где $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$, $G = \{(a,1), (a,3), (b,2), (c,3)\}$.

а) всюду определенность

б) функциональность

в) сюръективность

г) инъективность

Правильный ответ: а, в.

Задание 6

Выберите несколько правильных вариантов ответа.

Укажите, какими свойствами обладает соответствие $\Gamma = (X, Y, G)$, где X – множество окружностей на плоскости, Y – множество целых чисел, $G = \{(\text{окружность, ее длина})\}$.

а) всюду определенность

б) функциональность

в) сюръективность

г) инъективность

Правильный ответ: а, б.

Задание 7

Выберите один правильный вариант ответа.

Укажите, каким свойством обладает отношение φ на A , где $A = P(U)$, U – множество точек плоскости, $A \varphi B \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$.

а) рефлексивность

б) антирефлексивность

в) симметричность

г) антисимметричность

д) транзитивность

Правильный ответ: в.

Задание 8

Выберите один правильный вариант ответа.

Мощность множества всех подмножеств данного множества, имеющего n элементов, равна

- а) 2^n
- б) $n!$
- в) n^n
- г) n^{n-1}

Правильный ответ: а.

Задание 9

Выберите один правильный вариант ответа.

Укажите, сколько различных двузначных чисел можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, если цифры в числе не должны повторяться.

- а) 10
- б) 60
- в) 20
- г) 30

Правильный ответ: г.

Задание 10

Выберите один правильный вариант ответа.

Укажите, сколькими способами группу из 17 учащихся можно разделить на 2 подгруппы так, чтобы в одной из них было 5 человек, а в другой – 12.

- а) 60
- б) 85
- в) 6188
- г) 6185

Правильный ответ: в.

ОМ открытого типа

Задание 11

Даны универсальное множество $U=\{1,2,3,4,5,6,7\}$ и в нем подмножества $A=\{x \mid x < 5\}$, $B=\{2,4,5,6\}$. Найдите множество $A \cup B$.

Правильный ответ: $\{1,2,3,4,5,6\}$.

Задание 12

Указать мощность множества $A \cup B$, если $|A|=10, |B|=7, |A \cap B|=3$.

Правильный ответ: 14.

Задание 13

Найдите множество $A \Delta B$, если $A=\{1,2\}, B=\{3,4,5\}$.

Правильный ответ: $\{1,2,3,4,5\}$.

Задание 14

Является ли соответствие $\Gamma=(X, Y, G)$, где $X=\{a, b, c, d\}$, $Y=\{1, 2, 3, 4, 5\}$, $G=\{(a,2), (c,1), (d,5), (c,3)\}$, инъективным?

Правильный ответ: является.

Задание 15

Является ли соответствие $\Gamma=(X, Y, G)$, где $X=\{a, b, c, d\}$, $Y=\{1, 2, 3\}$, $G=\{(a,1), (b,1), (c,3), (d,2)\}$ функциональным?

Правильный ответ: не является.

Задание 16

Является ли соответствие $\Gamma=(X, Y, G)$, где $X=\{\text{Множество кругов на плоскости}\}$, $Y=\{\text{Множество точек плоскости}\}$, $G=\{(\text{круг, его центр})\}$ сюръективным?

Правильный ответ: является.

Задание 17

Является ли соответствие $\Gamma=(X, Y, G)$, где $X=(0, +\infty)$, $Y=[-1, 1]$, $G=\{(x, y): x < y^2\}$ всюду определенным?

Правильный ответ: не является.

Задание 18

Верно ли, что отношение φ на A , где A - множество окружностей на плоскости, $x \varphi y \Leftrightarrow x$ касается y , обладает свойством рефлексивности?

Правильный ответ: неверно.

Задание 19

Верно ли, что отношение φ на A , где A — множество прямых в пространстве, $x \varphi y \Leftrightarrow x$ и y имеют хотя бы одну общую точку, обладает свойством симметричности?

Правильный ответ: верно.

Задание 20

Верно ли, что отношение φ на A , где $A = \mathbb{R}$, $x \varphi y \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 1$, обладает свойством транзитивности?

Правильный ответ: неверно.

Задание 21

Запишите, сколько различных подмножеств из трех элементов имеет множество $A=\{1, 2, 3, 4, 5\}$?

Правильный ответ: 10.

Задание 22

В футбольной команде 11 человек. Необходимо выбрать капитана и его заместителя. Сколькими способами это можно сделать?

Правильный ответ: 110.

Задание 23

При опросе 13 человек, каждый из которых знает по крайней мере один иностранный язык, выяснилось, что 10 человек знают английский язык, 7 – немецкий, 6 – испанский, 5 – английский и немецкий, 4 – английский и испанский, 3 – немецкий и испанский. Сколько человек знают все три языка?

Правильный ответ: 2.

Задание 24

Сколькими способами можно разделить 5 различных карандашей между двумя школьниками так, чтобы у каждого был хотя бы один карандаш?

Правильный ответ: 30.

Задание 25

Из колоды в 36 карт наугад без возвращения вынимают по одной карте 3 раза. Сколько существует различных способов получения трех карт, среди которых на первых двух местах – бубны, а на третьем – пики?

Правильный ответ: 648.

Задание 26

Сколько существует различных пятизначных чисел, которые начинаются цифрой «2» и заканчиваются цифрой «4», если используются цифры 1, 2, 3, 4, 5?

Правильный ответ: 125.

Задание 27

Сколькими способами можно переставить буквы слова «перемет» так, чтобы три буквы «е» не шли подряд?

Правильный ответ: 720.

Задание 28

Укажите количество нулевых значений булевой функции $(x \rightarrow \bar{y}) + (z \vee y)$.

Правильный ответ: 4.

Задание 29

Укажите количество наборов значений переменных, на которых булева функция $(x \mid y) + (y \rightarrow z \wedge \bar{x})$ принимает значение 1.

Правильный ответ: 1.

Задание 30

Запишите вектор-строку значений булевой функции $h(x, y) = f_1(x, f_2(y, x, y), x)$, являющейся суперпозицией функций f_1 и f_2 , если $f_1=(1001\ 0111)$, $f_2=(0110\ 1011)$.

Правильный ответ: (1011).

Задание 31

Укажите фиктивные переменные для булевой функции $f(x,y,z)=(1011\ 1011)$.

Правильный ответ: x.

Задание 32

Укажите существенные переменные для булевой функции $f(x,y,z)=(1111\ 0101)$.

Правильный ответ: x, z.

Задание 33

Укажите количество элементарных конъюнкций, входящих в СДНФ функции $f(x,y,z)=(1001\ 0111)$.

Правильный ответ: 5.

Задание 34

Укажите количество элементарных дизъюнкций, входящих в СКНФ функции $f(x,y,z)=(0101\ 1000)$.

Правильный ответ: 5.

Задание 35

Входит ли в СКНФ функции $f(x,y,z)=(01010110)$ элементарная дизъюнкция $x \vee y \vee z$?

Правильный ответ: входит.

Задание 36

Входит ли в СДНФ функции $f(x,y,z)=(11010100)$ элементарная конъюнкция xuz ?

Правильный ответ: не входит.

Задание 37

Доопределите функцию $f(x,y,z)=(-0-01---)$ так, чтобы она стала монотонной (запишите все недостающие значения по порядку без запятых и пробелов).

Правильный ответ: 00111.

Задание 38

Доопределите функцию $f(x,y,z)=(-1-0-1-0)$ так, чтобы она стала самодвойственной (запишите все недостающие значения по порядку без запятых и пробелов).

Правильный ответ: 1010.

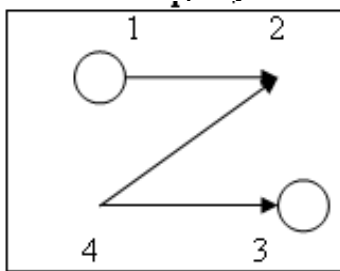
Задание 39

Доопределите функцию $g(x,y,z)=(-10--0-0)$ так, чтобы она стала линейной (запишите все недостающие значения по порядку без запятых и пробелов).

Правильный ответ: 0111.

Задание 40

Запишите матрицу смежности изображенного на рисунке графа.



Правильный ответ: $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Задание 41

Как в графе называется маршрут, в котором начальная и конечная вершины совпадают?

Правильный ответ: циклический маршрут.

Задание 42

Как называется цикл, содержащий все ребра графа?

Правильный ответ: эйлеров цикл.

Задание 43

Как называется граф, который может быть изображен на плоскости так, чтобы общими точками его ребер являлись только вершины?

Правильный ответ: планарный граф.

Задание 44

Как называется связный неориентированный граф, не содержащий циклов?

Правильный ответ: дерево.

Задание 45

Как в графе называется маршрут, в котором нет повторяющихся ребер?

Правильный ответ: цепь.

Задание 46

Как называется несвязный неориентированный граф, не содержащий циклов?

Правильный ответ: лес.

Задание 47

Как называется граф, ребрам которого поставлены в соответствие числовые значения?

Правильный ответ: взвешенный граф.

Задание 48

Как называется вершина графа, не инцидентная ни одному ребру?

Правильный ответ: изолированная вершина.

Задание 49

Запишите количество ребер полного графа с 20 вершинами.

Правильный ответ: 190.

Задание 50

Как называется неориентированный граф без петель и кратных ребер, в котором все вершины имеют одну и ту же степень?

Правильный ответ: регулярный граф.

Задание 51

Определите значение истинности высказывания $\forall p \exists x (x^2 + px + q = 0)$, если известно, что все переменные принимают значения в \mathbb{R} . Ответ обоснуйте.

Правильный ответ: Высказывание является ложным, так как существуют такие значения p и q , при которых получается уравнение, не имеющее действительных корней (например, $p = q = 1$).

Задание 52

Определите, является ли предикат $P(x) = x < 3$ следствием предиката $Q(x) = x < 4$, а предикат $Q(x)$ – следствием предиката $P(x)$, если предикаты заданы на множестве \mathbb{R} . Ответ обоснуйте.

Правильный ответ: Множество истинности предиката $P(x)$ представляет собой интервал $(-\infty; 3)$. Множество истинности предиката $Q(x)$ представляет собой луч $(-\infty; 4)$. Поскольку ни одно из указанных множеств не является частью другого, ни один из предикатов $P(x)$ и $Q(x)$ не является следствием другого.

Задание 53

Определите, выполнима ли формула $\forall x y (P(x, y) \wedge \neg P(x, x))$ на каком-нибудь множестве. Ответ обоснуйте.

Правильный ответ: Предположим, что заданная формула выполнима на некотором множестве M . Тогда при подстановке в неё некоторого предиката $P(x, y)$, заданного на M , формула превращается в истинное высказывание. Это означает, что при любых $a, b \in M$ $P(a, b) = 1$, а $P(a, a) = 0$. Но мы можем выбрать $a = b$, тогда получим, что $P(a, a) = 1$. Полученное противоречие доказывает, что наша формула не является выполнимой ни на каком множестве.

Задание 54

Определите, является ли общезначимой формула $\neg \exists x Q(x) \rightarrow \neg \forall x Q(x)$. Ответ обоснуйте.

Правильный ответ: Предположим, что заданная формула не является общезначимой. Это означает, что существует такой предикат $Q(x)$, заданный на некотором множестве M , что подстановка его в формулу обращает её в ложное высказывание. Отсюда вытекает, что $\overline{\exists x Q(x)}=1$, а $\overline{\forall x Q(x)}=0$. Но тогда $\exists x Q(x)=0$, а $\forall x Q(x)=1$. Первое из полученных равенств означает, что $Q(a)=0$ для всех $a \in M$. Из второго равенства вытекает, что $Q(a)=1$ для всех $a \in M$. Полученное противоречие доказывает, что наше предположение было неверным. Таким образом, заданная формула является общезначимой.

7.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

Семестр 2

№ п/п	Вопросы к зачету
1	Какие операции над множествами вам известны?
2	Каковы свойства операций объединения и пересечения?
3	Как формулируются правила де Моргана?
4	Что такое соответствие? Какие виды соответствий вам известны?
5	Что такое отображение? Какие примеры отображения вы можете привести?
6	Как определяется счётное множество? Какие примеры счётных множеств вам известны?
7	Каковы свойства счётных множеств?
8	Как определяются эквивалентные множества? Как формулируется теорема Кантора-Бернштейна? Что такое мощность множества?
9	Как определяются множества мощности континуума? Какие примеры множеств мощности континуума вам известны?
10	Как сравниваются мощности множеств?
11	Чему равна мощность объединения конечных множеств (правило сложения)? Как вычисляется мощность декартова произведения конечных множеств (правило произведения)?
12	Как определяются бинарные отношения? Какие примеры бинарных отношений вам известны?
13	Каковы свойства бинарных отношений?
14	Как формулируется принцип включения и исключения?
15	Как определяется число подмножеств конечного множества?
16	Как определяется число перестановок без повторений элементов конечного множества?
17	Как определяется число перестановок с повторениями элементов конечного множества?
18	Как вычисляется число размещений без повторений?
19	Как вычисляется число размещений с повторениями?
20	Как вычисляется число сочетаний без повторений?
21	Как вычисляется число сочетаний с повторениями?
22	Какова формула бинома Ньютона?
23	Как записывается полиномиальная формула?
24	Каковы свойства биномиальных коэффициентов?
25	Как определяется булева функция? Какие элементарные булевы функции вам известны?
26	Как определяются формулы, подформулы? Какие формулы называются эквивалентными?
27	Каковы свойства элементарных булевых функций?
28	Что такое двойственная функция? В чём суть принципа двойственности?
29	Как определяются ДНФ и КНФ?
30	Что такое СДНФ и СКНФ?
31	Каков алгоритм перехода от КНФ к ДНФ?
32	Каков алгоритм перехода от ДНФ к КНФ?

№ п/п	Вопросы к зачету
33	Каков алгоритм перехода от ДНФ к СДНФ?
34	Каков алгоритм перехода от КНФ к СКНФ?
35	Как осуществляется разложение булевых функций по переменным?
36	Как определяются тупиковая, минимальная и сокращенная ДНФ?
37	Как получается сокращенная ДНФ из СДНФ?
38	Как получается минимальная ДНФ с помощью матрицы Квайна?
39	Как получается минимальная ДНФ с помощью карт Карно?
40	Как получается минимальная КНФ с помощью карт Карно?
41	Что такое полные системы? Какие примеры полных систем вам известны?
42	Как определяются замкнутые классы булевых функций? Как обосновывается замкнутость классов функций, сохраняющих 0, и функций, сохраняющих 1?
43	Как определяется класс самодвойственных функций? Как доказывается его замкнутость?
44	Как определяется класс монотонных функций? Как обосновывается его замкнутость?
45	Что такое полином Жегалкина? Как формулируется теорема о представимости булевой функции в виде полинома Жегалкина?
46	Каковы способы получения полинома Жегалкина?
47	Что такое граф? Как определяются ориентированный и неориентированный графы? Как определяются мультиграф, псевдограф, взвешенный граф?
48	Как определяются понятия смежности и инцидентности? Как определяются степени вершин графа?
49	Что такое маршруты, цепи, циклы?
50	Как определяется изоморфизм графов?
51	Как определяются матрица смежности, матрица инцидентности, список смежности?
52	Что такое полный граф?
53	Что такое двудольный граф?
54	Каковы свойства степеней вершин графа?
55	Какие операции над графами вам известны?
56	Как определяются связные графы, сильно связные графы?
57	Что такое односторонняя связность и слабая связность?
58	Как определяются диаметр, радиус и центр графа?
59	Как определяются свободные деревья? Что такое лес?
60	Какие условия необходимы и достаточны для того, чтобы граф являлся деревом?
61	Как определяются ориентированные деревья? Каковы их свойства?
62	Как определяются планарные графы? Каково необходимое условие планарности?
63	Какие свойства планарных графов вам известны?
64	Что такое эйлеровы графы?
65	Как определяются гамильтоновы графы?
66	Что такое высказывание? Какие операции над высказываниями вам известны?
67	Как определяется формула алгебры высказываний? Каковы основные эквивалентности алгебры высказываний? Как формулируется закон двойственности?
68	Как определяется предикат? Какие примеры предикатов вам известны?
69	Как определяются логические и кванторные операции над предикатами?
70	Как определяются формулы логики предикатов? Какие виды формул вам известны?

7.3.2. Критерии и нормы оценки

Семестр	Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
2	Зачет (по накопительному рейтингу)	«зачтено»	Оценка «зачтено» ставится при наборе от 55 до 100 итоговых баллов.
		«не зачтено»	Оценка «не зачтено» ставится при наборе менее 55 итоговых баллов.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	О. М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова [и др.]	Математика в примерах и задачах	Учебное пособие	2019	ЭБС “ZNANIUM.COM”
2	В.И. Игошин	Математическая логика	Учебное пособие	2022	ЭБС “ZNANIUM.COM”
3	И.А. Мальцев	Дискретная математика	Учебное пособие	2021	ЭБС «Лань»
4	С.В. Микони	Дискретная математика для бакалавра	Учебное пособие	2021	ЭБС «Лань»
5	Ю.П. Шевелев	Дискретная математика	Учебное пособие	2024	ЭБС «Лань»
6	Н.И. Гданский	Дискретная математика: прикладные методы теории множеств, подсчета и представления информации и математической логики	Учебное пособие	2022	ЭБС “ZNANIUM.COM”
7	Ю.П. Шевелев, Л.А. Писаренко, М.Ю. Шевелев	Сборник задач по дискретной математике: (для практ. занятий в группах)	Учебное пособие	2022	ЭБС «Лань»

8.2. Дополнительная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
8	В. Ф. Золотухин [и др.]	Дискретная математика	Учебник	2016	ЭБС “IPRbooks”
9	А. Н. Сесекин	Элементы дискретной математики	Учебное пособие	2015	ЭБС “IPRbooks”
10	Ю. П. Шевелев	Прикладные вопросы дискретной математики	Учебное пособие	2018	ЭБС «Лань»

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно- методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
11	Н. А. Седова	Дискретная математика	Учебное пособие	2018	ЭБС “IPRbooks”
12	Р. П. Шепелева [и др.]	Математика	Учебное пособие	2018	ЭБС “IPRbooks”
13	С. Ф. Кожухов, П. И. Совертков	Сборник задач по дискретной математике	Учебное пособие	2018	ЭБС «Лань»

8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

№ п/п	Наименование	Ссылка
1	Springer Nature (Полнотекстовая коллекция журналов)	https://www.springernature.com/gp/products
2	Springer eBooks (Полнотекстовая коллекция электронных книг издательства Springer Nature)	https://link.springer.com/
3	«Кодекс»	https://kodeks.ru/
4	Техэксперт	https://cntd.ru/

8.4. Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование ПО	Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)
1	Windows: WinPro 10 RUS Upgrd OLP NL Acdmc	договор № 757 от 04.07.2018, срок действия - бессрочно; контракт № 1653 от 14.12.2018, срок действия – бессрочно
2	Office Standard: Office Stdandard 2013 Russian OLP NL AcademicEdition	договор № 690 от 19.05.2015, срок действия - бессрочно)

8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
1	Учебная аудитория для проведения лабораторных работ. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и	Микрокомпьютер (Raspberri Pi 3), коммутатор (D-Link), стол ученический, стол компьютерный, парты ученические, стулья, доска аудиторная (меловая)

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
	промежуточной аттестации (УЛК-305).	
2	Помещение для самостоятельной работы обучающихся (Г-401).	Столы, стулья, компьютеры
3	Помещение для самостоятельной работы обучающихся (УЛК-105)	Столы, стулья, стеллажи (в т.ч. выставочные) с книгами, компьютеры, мобильные рабочие места.
4	Помещение для самостоятельной работы обучающихся (УЛК-406)	Столы компьютерные, стулья, микрокомпьютеры raspberry pi 32 bit
5	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации. (УЛК-413)	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая), проектор