

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Б1.О.15.02
(индекс дисциплины)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Математический анализ 2

(наименование дисциплины)

по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

направленность (профиль)

Компьютерные технологии и математическое моделирование

Форма обучения: очная

Год набора: 2023

Общая трудоемкость: 6 ЗЕ

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр	2	Итого
Форма контроля	Экзамен	
Вид занятий		
Лекции	32	32
Лабораторные		
Практические	48	48
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация	0,35	0,35
Контактная работа	80,35	80,35
Самостоятельная работа	100	100
Контроль	35,65	35,65
Итого	216	216

Рабочую программу составил(и): доцент кафедры «Прикладная математика и информатика»,

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

доцент, к.т.н., Сосина Наталья Алексеевна

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рецензирование рабочей программы дисциплины:

☐

Отсутствует

☐

Рецензент

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана направления подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Срок действия рабочей программы дисциплины до «31» августа 2027 г.

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры

«Прикладная математика и информатика»

(протокол заседания № 1 от 30 «августа» 2022 г.).

1. Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – формирование представлений о понятиях и методах математического анализа, его месте и роли в системе математических наук, использовании в естественных науках, в прикладной математике и информатике

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплины и практики, на освоении которых базируется данная дисциплина: – школьный курс математики, математический анализ 1.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: - дифференциальные уравнения, теория вероятностей и математическая статистика, исследование операций, избранные вопросы стохастического анализа, дополнительные главы анализа.

3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
ОПК -1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук.	Знать: основы математики, вычислительной техники и программирования Уметь: применять знания основ математики, вычислительной техники и программирования Владеть: навыками применения знаний основ математики, вычислительной техники и программирования
	ОПК-1.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением математических и естественнонаучных знаний	Знать: принципы решения стандартные профессиональные задачи с применением математических и естественнонаучных знаний. Уметь: решать стандартные профессиональные задачи с применением математических и естественнонаучных знаний Владеть: навыками решения стандартные профессиональные задачи с применением математических и естественнонаучных знаний
	ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач	Знать: принципы выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе знаний,

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
	профессиональной деятельности на основе знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук.	полученных в области математических и (или) естественных наук. Уметь: принципами выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук. Владеть: навыками выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе знаний, полученных в области математических и (или) естественных наук

4. Структура и содержание дисциплины

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив , ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль1.	Лек 1	Задачи, приводящие к понятию определенный	2	2	20		Контрольная работа «Основы интегрального исчисления»; Индивидуальная работа «Основы интегрального исчисления».
	ИД31	Основы интегрального исчисления					
	Пр1	Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.		2			
	Лек 2	Условия существования определенного интеграла.		2			
	Пр 2	Вычисление определенного интеграла. Интегрирование		2			
	Пр3 3	Вычисление площади криволинейной трапеции		2			
	Лек3	Приложения определенного интеграла.		2			
	Пр3 4	Вычисление объема тела вращения		2			
	Сам	Приложения определенного интеграла		25			
	Лек4	Несобственные интегралы I и II рода. Вычисления		2			
	Пр3 5	Вычисления несобственных интегралов I и II рода.		2			
	Пр3 6	Приложения определенного интеграла		2			
	Пр3 7 6	Контрольная работа «Основы интегрального исчисления»;		2	20		
Модуль2.	Лек5	Область определения функции нескольких переменных. Предел. Непрерывность.	2	2	20	-	Индивидуальная работа «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»;
	Пр3 7	Область определения функций нескольких		2			
	ИД3	Дифференциальное исчисление функций многих переменных					
	Лек 6	Частное и полное приращение функций многих переменных. Дифференцируемость		2			

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив , ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Сам	Дифференциальное исчисление функций многих переменных. Выполнение индивидуальной работы		25			
	ПрЗ 8	Предел функции нескольких переменных		2			
	ПрЗ 9	Частная производная.		2			
	Лек 7	Касательная плоскость и нормаль к поверхности.		2			
	ПрЗ 10	Частное приращение функции многих переменных. Частные производные.		2			
	Лек 8	Дифференциал функции нескольких переменных.		2			
	ПрЗ 12	Дифференциал функции нескольких переменных.		2			
	ПрЗ 11	Частные производные высших порядков.		2			
	Лек 9	Дифференцирование сложной функции		2			
	ПрЗ 13	. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.		2			
	Лек 10	Неявные функции от одной переменной и неявные функции многих переменных		2			
	ПрЗ 14	Дифференцирование сложной функции		2			
	ПрЗ 15	Неявные функции от одной переменной и неявные		2			
	Лек 11	Экстремумы функций нескольких переменных. Задачи		2			
	ПрЗ 16	Экстремумы функций нескольких переменных.		2			
	Лек 12	(Даламбера, Коши, интегральный, сравнения.		2			

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив , ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Пр3 18	Задачи о наибольших и наименьших значениях		2			
	Пр3 17	Производная по направлению. Градиент.		2			
	Сам	Подготовка к контрольной работе №1		25			
	Лек 13	Необходимый признак сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов		2			
Модуль3.	Пр3 19	Числовые ряды: сумма ряда.	2	2	20	-	Контрольная работа «Ряды»; Индивидуальная работа «Ряды».
	ИД33	Числовые и функциональные ряды.					
	Лек 14	Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость ряда. Степенные ряды.		2			
	Пр3 20	Сумма ряда. Необходимый и достаточные признаки		2			
	Пр3 21	Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная		2			
	Лек 15	Сходимость функциональных рядов.		2			
	Пр3 22	Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора, Маклорена.		2			
	Лек 16	Мажорирующий ряд. Почленное интегрирование и		2			
	Пр3 23	Приемы косвенного разложения функций в степенные ряды. Вычисление интегралов с помощью степенных рядов.		2			
	Сам	Числовые ряды		25			
	Пр3 24	Контрольная работа №2. Ряды.		2	20		

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив , ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Па		2	0,35			
	Контроль		2	35,65			
	ЦТ			2			
Итого:				216	100		

Схема расчета итогового балла текущий рейтинг (все занятия и промежуточные тесты) + Результат итогового теста, полученная сумма делится на 2

5. Образовательные технологии

Образовательные технологии: информационная лекция и практические занятия в форме практикума.

Самостоятельная работа студентов предусматривает выполнение трех индивидуальных домашних заданий, подготовку к выполнению двух аудиторных контрольных работ, подготовку к коллоквиуму, к практическим занятиям, к тестированию.

6. Методические указания по освоению дисциплины

Для того, чтобы освоить дисциплину необходимо посещать лекции, так как лекции по «Математическому анализу» позволяют дать связанное, последовательное изложение материала, сообщить слушателям основное содержание предмета в целостном, систематизированном виде.

При конспектировании лекций студентам необходимо излагать услышанный материал кратко, своими словами, обращая внимание, на логику изложения материала, аргументацию и приводимые примеры. Необходимо выделять важные места в своих записях. Если непонятны какие-либо моменты, необходимо записывать свои вопросы, постараться найти ответ на них самостоятельно. Если самостоятельно не удалось разобраться в материале, впоследствии необходимо либо на следующей лекции, либо на практическом занятии или консультации обратиться к ведущему преподавателю за разъяснениями. Успешное освоение курса предполагает активное, творческое участие студента путем планомерной, повседневной работы. Лекционный материал следует просматривать в тот же день. Каждая тема имеет свои специфические термины и определения. Усвоение материала необходимо начинать с усвоения этих понятий. Если какое-либо понятие вызывает затруднения, необходимо посмотреть его суть и содержание в словаре (Интернете), выписать его значение в тетрадь для подготовки к занятиям. При подготовке материала необходимо обращать внимание на точность определений, последовательность изучения материала, аргументацию, собственные примеры, анализ конкретных ситуаций. Каждую неделю рекомендуется отводить время для повторения пройденного материала, проверяя свои знания, умения и навыки.

Изучение дисциплины «Математический анализ» предполагает посещение обучающимися не только лекций, но и практических занятий. Практические занятия со студентами предназначены для проверки усвоения ими теоретического материала дисциплины. Основные цели практических занятий: - закрепить основы экономической теории; - проверить уровень усвоения и понимания студентами вопросов, рассмотренных на лекциях и самостоятельно по учебной литературе; - восполнить пробелы в пройденной теоретической части курса и оказать помощь в его усвоении. На практических занятиях решаются задачи из разделов по основным разделам математического анализа. В процессе решения типовых задач раскрывается содержание курса, изучаются основы и сущность понятий математического анализа. Для контроля знаний, полученных в процессе освоения дисциплины на практических занятиях обучающиеся выполняют контрольные работы и сдают коллоквиум.

Для успешного освоения курса «Математический анализ» необходима самостоятельная работа. В настоящее время актуальными становятся требования к личным качествам современного студента – умению самостоятельно пополнять и обновлять знания, вести самостоятельный поиск необходимого материала, быть творческой личностью. Самостоятельную работу по освоению дисциплины обучающимися осуществляют с помощью конспектов лекций и практических занятий, а также с помощью основной и дополнительной литературы, рекомендованной для самостоятельной работы. Самостоятельная учебная деятельность является необходимым условием успешного обучения. Многие профессиональные навыки, способность мыслить и обобщать, делать выводы и строить суждения, выступать и слушать других, – все это развивается в процессе самостоятельной работы студентов. Самостоятельная работа по освоению дисциплины включает: -

самостоятельное изучение разделов; - самоподготовку (проработку и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий); - подготовку к практическим занятиям; - выполнение индивидуальных работ. Рекомендуемую дополнительную литературу следует прорабатывать после изучения данной темы по учебнику и материалам лекции.

7. Оценочные средства

7.1. Паспорт оценочных средств

Семестр	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
2	ОПК-1	Контрольная работа «Основы интегрального исчисления»; Индивидуальная работа «Основы интегрального исчисления»; Индивидуальная работа «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных»; Коллоквиум; Контрольная работа «Ряды»; Индивидуальная работа «Ряды»; Итоговый тест по курсу через ЦТ..

7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

7.2.1. Индивидуальная работа «Основы интегрального исчисления».

Типовые примеры заданий

Задание 1. Найти неопределенные интегралы. Результат проверить дифференцированием:

$$1) \int \frac{x^3 + 2\sqrt{x} - 3}{\sqrt[4]{x}} dx; \quad 2) \int e^{-5x+1} dx; \quad 3) \int \cos\left(\frac{x}{4} + 3\right) dx; \quad 4) \int \frac{2 dx}{x^2 - 6}.$$

Задание 2. Найти неопределенные интегралы:

$$1) \int \frac{x dx}{\sqrt{2+4x^2}}; \quad 2) \int \frac{x^2}{x^2-3} dx; \quad 3) \int \operatorname{ctg} 3x dx; \quad 4) \int \frac{x dx}{\sqrt{4-x^2}}; \quad 5) \int 2^{x^2+3} x dx; \quad 6) \int \frac{x+6}{(x-2)^5} dx; \quad 7) \int \frac{x^3+5x+6}{x+3} dx; \quad 8) \int \operatorname{tg} 3x dx; \quad 9) \int (x+3)e^{4x} dx; \quad 10) \int x \cos(1-3x) dx; \quad 11) \int \operatorname{arctg} \sqrt{x} dx; \quad 12) \int \sqrt[5]{x} \ln x dx; \quad 13) \int e^{\sin^2 x} \sin 2x dx; \quad 14) \int \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt{x}}{6\sqrt[4]{x}} dx; \quad 15) \int \cos^3 x dx; \quad 16) \int \frac{x^2 dx}{\sqrt{x+1}}; \quad 17) \int \frac{dx}{x^2+7x-4}; \quad 18) \int \frac{2x-1}{x^2-x+1} dx; \quad 19) \int \frac{3x+1}{x^2+5x-3} dx; \quad 20) \int \frac{x dx}{(1+x)(2x-3)}; \quad 21) \int \frac{3x^2+6}{x^3+x^2-2x} dx; \quad 22) \int \frac{dx}{x^3+8}; \quad 23) \int \frac{x^3+1}{x^2-x} dx; \quad 24) \int \frac{dx}{1+\operatorname{tg} x}; \quad 25) \int \frac{dx}{\sin^2 x(1-\cos x)}; \quad 26) \int \sqrt{256-x^2} dx; \quad 27) \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}; \quad 28) \int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{x^4\sqrt[3]{x^3}} dx; \quad 29) \int \frac{dx}{1+\sqrt[3]{x+1}}.$$

Задание 3. Вычислить определенные интегралы:

$$1) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{1+\cos 2x} dx; \quad 2) \int_0^1 (x^2 + \sqrt[3]{x}) dx; \quad 3) \int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1+\ln(x-1)}{x-1} dx; \quad 4) \int_{-2}^0 x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$$5) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{2 + \cos x}; \quad 6) \int_{-2}^0 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 4}}; \quad 7) \int_0^{\ln 2} \frac{dx}{e^x(3 + e^{-x})} \quad 8)$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\arctg 3} \frac{dx}{(3 \operatorname{tg} x + 5) \sin 2x}.$$

Задание 5. Приложения определенного интеграла

1) Вычислить площадь фигуры, ограниченной $y = (x - 2)^3$, $y = 4x - 8$.

2) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями:

$$\begin{cases} x = 4\sqrt{2} \cos^3 t \\ y = 2\sqrt{2} \sin^3 t \end{cases} \text{ и } x = 2 \quad (x \geq 2).$$

3) Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями, заданными уравнениями в полярных координатах: $r = 4 \cos 3\varphi$, $r = 2$ ($r \geq 2$).

4) Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в прямоугольной системе координат: $y = \ln x$, $(\sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{15})$.

5) Вычислить длину дуги кривой, заданной параметрическими уравнениями:

$$\begin{cases} x = 5(t - \sin t) \\ y = 5(1 - \cos t) \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq \pi.$$

6) Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в полярных координатах:

$$\rho = 3e^{3\varphi/4}, \quad (-\pi/2 \leq \varphi \leq \pi/2).$$

7) Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями:

$$\frac{x^2}{9} + y^2 = 1, \quad z = y, \quad z = 0 \quad (y \geq 0)$$

8) Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси ОХ фигуры, ограниченной $y = -x^2 + 5x - 6$, $y = 0$.

Критерии оценки:

- верное выполнение 80%-100% заданий – от 8 до 10 баллов;
- верное выполнение 60%-79% заданий - от 5.5 до 7.5 баллов;
- верное выполнение 40-59% заданий – от 3 до 5 баллов;
- верное выполнение менее 40% заданий - от 0 до 2 баллов.

Темы письменных работ

№ п/п	Темы
1	Контрольная работа «Основы интегрального исчисления».

Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа включает в себя 3 задания. В первом задании требуется вычислить определенный интеграл и несобственный интеграл. Второе и третье задания – это геометрические приложения определенного интеграла. Контрольная работа рассчитана на один астрономический час и двадцать минут или два академических часа.

Критерии оценки:

- верное выполнение 80%-100% заданий – от 16 до 20 баллов;
- верное выполнение 60%-79% заданий - от 11 до 15 баллов;
- верное выполнение 40-59% заданий - от 6 до 10 баллов;
- верное выполнение менее 40% заданий - от 0 до 5 баллов.

7.2.2. Индивидуальная работа «Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных».

Типовые примеры заданий

Задание 1. Найти область определения функции: $z = \frac{3xy}{2x - 5y}$.

Задание 2. Найти частные производные и частные дифференциалы функции:

$$z = \ln(y^2 - e^{-x})$$

Задание 3. Вычислить значения частных производных $f'_x(M_0)$, $f'_y(M_0)$, $f'_z(M_0)$ для

функции $f(x, y, z) = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ в точке $M_0(0; -1; 1)$ с точностью до двух знаков после запятой.

Задание 4. Найти полные дифференциалы функции: $z = 2x^3y - 4xy^5$.

Задание 5. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 4x + 8 = 0$ в точке $M_0(2; 1; -1)$.

Задание 6. Найти вторые частные производные функции $z = e^{x^2 - y^2}$.

Убедиться в том, что $z''_{xy} = z''_{yx}$.

Задание 7. Проверить, удовлетворяет ли данному уравнению функция $u = \frac{y}{x}$

$$x^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + 2xy \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

Задание 8. Исследовать на экстремум функцию $z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y$.

Задание 9. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = 3x + y - xy$ в области D , ограниченной линиями $y = x$, $y = 4$, $x = 0$.

Критерии оценки:

- верное выполнение 80%-100% заданий – от 8 до 10 баллов;
- верное выполнение 60%-79%% заданий - от 5.5 до 7.5 баллов;
- верное выполнение 40-59% заданий – от 3 до 5 баллов;
- верное выполнение менее 40% заданий - от 0 до 2 баллов.

7.2.3. Индивидуальная работа «Ряды».

Типовые примеры заданий

Задание 1. Исследовать на сходимость:

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{n(n+1)}; & \text{б)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n^3}{2n^3-1} \right)^n; \quad \text{в)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{\frac{1}{n}}}{n^2}; \\ \text{г)} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{\sqrt{n-3}}; & \text{д)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n-1}}{2^{n-1}(n+1)}; \quad \text{е)} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n+100}; \end{array}$$

$$ж) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}; \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2n+1} \right)^{n+1}; \quad u) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{2}.$$

Задание 2. Исследовать знакочередующийся ряд на абсолютную (условную) сходимость:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n}}; \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^3 + 1}; \quad в) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos \frac{\pi}{5n}.$$

Задание 3. Найти область сходимости степенного ряда:

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x+2)^n}{n+1}; \quad б) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n} x^n}{n!}.$$

Задание 4. Вычислить сумму ряда с точностью α :

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4^n (2n+1)}, \quad \alpha = 0,001.$$

Задание 5. Записать ряд Тейлора для $y = (5+x)e^x$ по степеням x .

Задание 6. Вычислить приближенно $\sqrt{1,009}$.

Задание 7. Вычислить интеграл (взять три ненулевых первых члена и определить

погрешность замены): $\int_0^{\frac{1}{2}} \cos \frac{x}{4} dx.$

Задание 8. Решить дифференциальное уравнение при заданных начальных условиях:

$$y'' - y \sin x + y = 1, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$$

Задание 9. Разложить в ряд Фурье функцию $f(x)$:

$$a) \quad f(x) = \left| \sin \frac{x}{3} \right|, \quad -\pi < x < \pi; \quad б) \quad f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \leq 1 \\ 2-x, & 1 \leq x \leq 2 \end{cases} \text{ по } \cos x.$$

Критерии оценки:

- верное выполнение 80%-100% заданий – от 8 до 10 баллов;
- верное выполнение 60%-79%% заданий - от 5.5 до 7.5 баллов;
- верное выполнение 40-59% заданий – от 3 до 5 баллов;
- верное выполнение менее 40% заданий - от 0 до 2 баллов.

№ п/п	Темы
1	Контрольная работа «Ряды»

Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа включает в себя 3 задания. В первом задании требуется исследовать на сходимость числовой ряд. Во втором задании требуется исследовать на сходимость степенной ряд. В третьем задании требуется вычислить. В третьем задании – интегрирование с помощью степенных рядов.

Критерии оценки:

- верное выполнение 80%-100% заданий – от 16 до 20 баллов;
- верное выполнение 60%-79%% заданий - от 11 до 15 баллов;
- верное выполнение 40-59% заданий - от 6 до 10 баллов;
- верное выполнение менее 40% заданий - от 0 до 5 баллов.

7.2.4. Коллоквиум

Вопросы к коллоквиуму

1. Числовые последовательности. Привести примеры.

2. Определение предела последовательности.
3. Понятие ограниченной переменной.
4. Понятие бесконечно малой переменной
5. Понятие бесконечно большой переменной.
6. Свойства пределов.
7. Основные теоремы о пределах.
8. Арифметические действия над переменными величинами
9. Особые случаи пределов неопределенности.
10. Монотонная последовательность и ее предел.
11. Число e
12. Предел функции « на языке последовательностей » и на « языке ε и δ ».
13. Геометрическое толкование определения предела функции.
14. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших.
15. Непрерывность функции в точке и на множестве.
16. Непрерывность некоторых элементарных функций
17. Точки разрыва. Примеры.
18. Свойства непрерывных функций. Теорема 1 Больцано-Коши
19. Свойства непрерывных функций. Теорема 2 Больцано-Коши
20. Свойства непрерывных функций. Теоремы Вейерштрасса.
21. Существование и непрерывность обратной функции
22. Использование непрерывности функции при вычислении пределов.
23. Определение производной. Геометрический и механический смысл производной.
24. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
25. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования.
26. Производные сложной и обратной функций.
27. Производные основных элементарных функций.
28. Производная функции, заданной параметрически.
29. Дифференциал функции. Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
30. Понятие производной высшего порядка. Дифференциалы высших порядков.
31. Основные теоремы дифференциального исчисления. Правило Лопиталья.
32. Возрастание и убывание функции. Экстремум функции, необходимое и достаточное условия существования.
33. Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке.
34. Направление выпуклости графика функции. Точки перегиба.
35. Асимптоты графика функции.
36. Общая схема исследования функций и построение их графиков.
37. Понятие дифференциала функции.
38. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.

Критерии оценки:

- верное выполнение 80%-100% заданий – от 24 до 30 баллов;
- верное выполнение 60%-79%% заданий - от 16 до 23 баллов;
- верное выполнение 40-59% заданий – от 9 до 15 баллов;
- верное выполнение менее 40% заданий - от 0 до 8 баллов.

7.2.5. Тест итоговый по курсу «Математический анализ 2»

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Установить какие из точек $A(3;-1)$, $B(4;5)$, $C(9;-7)$ принадлежат области определения функции $z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}$

$B(3;5)$

$A(3;-1)$

$C(9;-7)$.

Областью определения функции $z = \frac{2x-y-5}{3x-4y+2}$ является:

$$3x - 4y + 2 = 0$$

$$2x - y - 5 \neq 0$$

$$3x - 4y + 2 \neq 0$$

Областью определения функции $u = \lg(12x - 13y - 4z + 2)$ является:

$$12x - 13y - 4z + 2 \geq 0$$

$$12x - 13y - 4z + 2 < 0$$

$$12x - 13y - 4z + 2 > 0$$

$$12x - 13y - 4z + 2 = 0$$

Дана функция $z = 3x^2 + 4y^2 - 5xy + 2x - 5y + 4$. Значение выражения $\frac{\partial z}{\partial x} + 2 \frac{\partial z}{\partial y}$ в точке

$A(1;-1)$ равно:

-24

-26

-23

23

Дана функция $z = 4x^2 + 2y^2 - 5xy + 2x - 5y + 6$. Значение выражения $\frac{\partial z}{\partial x} - 2 \frac{\partial z}{\partial y}$ в точке

$A(1;-1)$ равно:

46

45

43

40

Дана функция $z = x^2 + 5y^2 - 5xy + 2x - 5y + 14$. Значение выражения $\frac{\partial z}{\partial x} - 2 \frac{\partial z}{\partial y}$ в точке

$A(1;-1)$ равно:

49

Частная производная $\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}$ третьего порядка функции $u = 3x^3 - 2x^2y$ равна:

18

Значение выражения $8 \frac{\partial u}{\partial x} + 2 \frac{\partial u}{\partial y} - 5 \frac{\partial u}{\partial z}$ для функции $u = 3x - 4y + 6z - 8 + x^2 - y^2 + z^2$ в точке $A(-1;1;-1)$ равно:

-22

238

-24

Частные производные первого порядка функции $z = 2x + 3y$ равны:

$$z'_x = 2 \quad z'_y = 3$$

$$z'_x = 3; \quad z'_y = 2$$

$$z'_x = 0; \quad z'_y = 3$$

$$z'_x = 1; \quad z'_y = 3$$

Частные производные первого порядка функции $z = 3x^3 - 2x^2y + 7xy^2 + y^3 - 23$ равны:

$$z'_x = 2x^2 + 14xy + 3y^2; \quad z'_y = 9x^2 - 4xy + 7y^2$$

$$z'_x = 9x^2 - 4xy + 7y^2; \quad z'_y = -2x^2 + 14xy + 3y^2$$

$$z'_x = -2x^2 + 14xy + 3y^2; \quad z'_y = 9x^2 + 4xy + 7y^2$$

$$z'_x = -2x^2 + 7xy + 3y^2; \quad z'_y = 9x^2 + xy + 7y^2$$

Смешанная производная z''_{xy} функции $z = x \cos y + y \sin x$ равна:

$$z''_{xy} = \sin 2y$$

$$z''_{xy} = \sin y + \cos y$$

$$z''_{xy} = \cos x - \sin y$$

$$z''_{xy} = \sin y + \cos y$$

Дифференциал функции $z = 2x^3y - 4y^3x$ в точке $x_0 = 0, y_0 = 1$ равен:

$$dx - dy$$

$$-4dx$$

$$-dy$$

$$dx$$

Функция $F(x)$ называется первообразной функции $f(x)$ на некотором промежутке, если в каждой точке этого промежутка справедливо равенство:

$$f'(x) = F(x)$$

$$\int F(x) dx = f(x) + c$$

$$F'(x) = f(x)$$

$$\int dF(x) = F(x)$$

Неверными являются следующие свойства неопределённого интеграла:

$$\int (kf(x)) dx = k \int f(x) dx \quad (k = \text{const})$$

$$\int (f(x)g(x)) dx = (\int f(x) dx)(\int g(x) dx)$$

$$\int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$\int \frac{f(x)}{g(x)} dx = \frac{\int f(x) dx}{\int g(x) dx}, g(x) \neq 0$$

Установите соответствие между неопределёнными интегралами и соответствующей совокупностью первообразных:

$$\lg x + c, x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z} \quad \dots \quad \int \frac{dx}{\cos^2 x}$$

$$\frac{a^{kx}}{k \ln a} + c, \quad 0 < a \neq 1 \quad \int a^{kx} dx$$

$$\frac{x^{n+1}}{n+1} + c, \quad (n \neq -1) \quad \int x^n dx$$

$$-\frac{1}{k} \cos kx + c \quad \int \sin kx dx$$

Установите соответствие между первообразной и табличным интегралом:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} \quad \frac{1}{a} \arctg \frac{x}{a}, \quad a > 0$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad \arcsin \frac{x}{a}, \quad x \in (-a; a), \quad a > 0$$

$$\int \frac{dx}{x^2 - a^2} \quad \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{x-a}{x+a} \right|, \quad x \neq \pm a, \quad a > 0$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} \quad \ln |x + \sqrt{x^2 + a^2}|, \quad x^2 + a > 0$$

Найти интеграл $\int \frac{dx}{x^3}$:

$$-3x^{-4} + c$$

$$-\frac{1}{2x^2} + c$$

$$\frac{x^2}{2} + c$$

$$\frac{1}{2x^2} + c$$

Интеграл $\int (x+2)^2 dx$ равен:

$$\frac{(x+2)^2}{3} + c$$

$$\frac{x^3}{3} + 4x + c$$

$$\frac{x^3}{3} + 2x^2 + 4x + c$$

$$2x^2 + 4x + c$$

Найти интеграл $\int \frac{dx}{7x-5}$:

$$-\frac{7}{(7x-5)^2} + c$$

$$\ln |7x - 5| + c$$

$$\frac{1}{7} \ln(7x - 5) + c$$

$$\frac{1}{7} \ln |7x - 5| + c$$

Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt[n]{x}}$:

$$\circ \quad 2\sqrt{x+C}$$

- $2\sqrt{x} + C$
- $\frac{\sqrt[n]{x}}{n} + C$
- $\frac{nx^{\frac{n-1}{n}}}{n-1} + C$

Найти интеграл $\int \frac{dx}{x^2-10}$:

- $\frac{1}{2\sqrt{10}} \ln \left| \frac{x-10}{x+10} \right| + C$
- $\frac{1}{2\sqrt{10}} \ln \left| \frac{x-\sqrt{10}}{x+\sqrt{10}} \right| + C$
- $\frac{1}{\sqrt{10}} \ln \left| \frac{x-\sqrt{10}}{x+\sqrt{10}} \right| + C$
- $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-\sqrt{10}}{x+\sqrt{10}} \right| + C$

Найти интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{8-x^2}}$:

- $\arcsin \frac{x}{8} + C$
- $\arcsin \frac{x}{2\sqrt{2}} + C$
- $\frac{1}{2\sqrt{2}} \arcsin \frac{x}{2\sqrt{2}} + C$
- $\arcsin \frac{x}{\sqrt{2}} + C$

Найти интеграл $\int \sqrt{2px} \, dx$:

- $\frac{2x}{3} \sqrt{2px} + C$
- $\frac{2}{3} \sqrt{2px} + C$
- $\frac{2p}{3} \sqrt{2px} + C$
- $\frac{2x}{3} \sqrt{2px + C}$

Найти интеграл $\int \frac{x \, dx}{2x^2+3}$:

- $\frac{1}{2} \ln(2x^2 + 3) + C$
- $\frac{1}{4} \ln(x^2 + 3) + C$
- $\frac{1}{4} \ln(2x^2 + 3) + C$
- $\ln(2x^2 + 3) + C$

Найти интеграл $\int \operatorname{tg} x \, dx$:

- $\ln|\cos x| + C$
- $\ln|\sin x| + C$

- $\ln|\cos x + 1| + C$
- $-\ln|\cos x| + C$

Найти интеграл $\int \operatorname{ctg} x \, dx$:

- $\ln|\cos x \cdot \sin x| + C$

$$\ln|\sin x| + c$$

- $\ln|\cos x| + C$
- $\ln \left| \frac{1}{\cos x} \cdot \operatorname{tg} x \right| + C$
- $\frac{1}{7} \ln(7x - 5) + c$

7.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

Семестр 2

№ п/п	Вопросы к экзамену
1.	Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла.
2.	Верхняя и нижняя суммы Дарбу.
3.	Определение определенного интеграла.
4.	Условия существования определенного интеграла.
5.	Теорема. Достаточное условие интегрируемости.
6.	Основные свойства определенного интеграла.
7.	Определенный интеграл как функция верхнего предела
8.	Формула Ньютона – Лейбница.
9.	Замена переменной в определенном интеграле.
10.	Интегрирование по частям.
11.	Приближенные вычисления определенного интеграла.
12.	Вычисление площадей плоских фигур.
13.	Вычисление площади сектора в полярных координатах.
14.	Вычисление длины дуги кривой.
15.	Вычисление объема тела вращения.
16.	Вычисление площади поверхности вращения.
17.	Вычисление центра тяжести плоской фигуры.
18.	Вычисление работы переменной силы.
19.	Несобственные интегралы I рода – несобственные интегралы с бесконечными пределами.
20.	Несобственные интегралы II рода – несобственные интегралы от неограниченных функций.
21.	Признаки сходимости несобственных интегралов.
22.	n-мерные точечные множества.
23.	Евклидово n-мерное пространство.
24.	Открытые и замкнутые множества.
25.	Функция многих переменных.
26.	Область определения функций многих переменных.
27.	Линии уровня.
28.	Предел функции многих переменных в точке.

29.	Непрерывность функции многих переменных.
30.	Свойства функций, непрерывных на замкнутых множествах.
31.	Частные производные.
32.	Полный дифференциал функций многих переменных.
33.	Приближенные вычисления с помощью дифференциала.
34.	Касательная плоскость
35.	Нормаль к поверхности.
36.	Производная сложной функции.
37.	Инвариантность формы полного дифференциала.
38.	Частные производные высших порядков.
39.	Неявные функции.
40.	Дифференцирование неявных функций.
41.	Касательная и нормаль к плоской кривой, заданной уравнением в неявном виде.
42.	Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Заданной уравнением в неявном виде.
43.	Производная по заданному направлению.
44.	Градиент.
45.	Понятия максимума и минимума функции многих переменных.
46.	Необходимые условия экстремума функции многих переменных.
47.	Достаточные условия существования экстремума функции многих переменных.
48.	Наибольшее и наименьшее значения функций нескольких переменных.
49.	Условный экстремум.
50.	Квадрируемые фигуры.
51.	Кубируемые тела
52.	Понятие двойного интеграла.
53.	Свойства двойного интеграла.
54.	Вычисление двойного интеграла.
55.	Замена переменных в двойном интеграле.
56.	Приложения двойных интегралов.
57.	Понятие тройного интеграла.
58.	Свойства тройного интеграла.
59.	Замена переменных в тройном интеграле.
60.	Вычисление тройных интегралов
61.	Приложения тройных интегралов.
62.	Числовые ряды.
63.	Сумма ряда.
64.	Необходимый признак сходимости
65.	Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов (Даламбера, Коши, интегральный, сравнения).
66.	Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость ряда.
67.	Приемы косвенного разложения функций в степенные ряды.
68.	Ряды Тейлора, Маклорена. Остаточный член.
69.	Сходимость функциональных рядов.
70.	Мажорирующий ряд.
71.	Почленное интегрирование и дифференцирование рядов.

7.3.2. Критерии и нормы оценки

Семестр	Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
1	Экзамен (по накопительному рейтингу)	«отлично»	От 85 до 100 баллов.
		«хорошо»	От 70 до 84 баллов.
		«удовлетворительно»	От 55 до 69 баллов.
		«неудовлетворительно»	Менее 55 баллов.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно- методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Будаев В.Д., Якубсон М.Я.	Математический анализ: Функции одной переменной: [учебник]/ В.Д. Будаев, М.Я. Якубсон-Санкт-Петербург: Лань, 2021.-544 с. ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). ISBN 978-5-8114-1186. - Текст : электронный. URL: https://e.lanbook.com/book/168378	Учебник	2021	ЭБС «Лань»
2	Горлач Б. А.	Математический анализ : учебное пособие / Б. А. Горлач. - Санкт-Петербург : Лань, 2021. - 600 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - URL: https://e.lanbook.com/book/168477 (дата обращения: 30.11.2021). - Режим доступа: Электронно-библиотечная система "Лань". - ISBN 978-5-8114-1428-4. - Текст : электронный. URL: https://e.lanbook.com/book/168477	Учебное пособие	2021	ЭБС «Лань»
3	Ярцева Е. П.	Математический анализ : учеб. пособие / [авт.-сост. Е. П. Ярцева]. - Ставрополь : СКФУ, 2017. - 265 с. - URL: http://www.iprbookshop.ru/83227.html . - Режим доступа: Цифровой образовательный ресурс IPR SMART. - Текст : электронный.	Учебное пособие	2017	ЭБС "IPRbooks"
4	Г.М. Фихтенгольц	Основы математического анализа : учебник. [В 2 ч.] Ч. 1 / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 14-е, стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2022. - 440 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - URL:	Учебник	2022	ЭБС «Лань»

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно- методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
		https://e.lanbook.com/book/184192 (дата обращения: 10.11.2021). - Режим доступа: Электронно-библиотечная система "Лань". - ISBN 978-5-8114-9104-9. - Текст : электронный. URL: https://e.lanbook.com/book/184192			

8.2. Дополнительная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно- методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Берман Г.Н.	Сборник задач по курсу математического анализа[Электронный ресурс] : учеб. пособие / Г. Н. Берман. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 492 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0657-9	Учебное пособие (задачник)	2016	ЭБС "Лань"
2	Будаев В. Д.	Математический анализ [Электронный ресурс] : Функции нескольких переменных : учебник / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. - Санкт-Петербург : Лань, 2017. - 456 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-2595-2.	Учебник	2017	ЭБС "Лань"
3	Демидович Б.П.	Сборник задач и упражнений по математическому анализу[Электронный ресурс] : учеб. пособие / Б. П. Демидович. - Изд. 19-е, испр. - Санкт-Петербург : Лань,	Учебное пособие (задачник)	2017	ЭБС "Лань"

		2017. - 624 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-2311-8.			
	Запорожец Г.И.	Руководство к решению задач по математическому анализу[Электронный ресурс] : учебное пособие / Г. И. Запорожец. - Изд. 8-е,стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 461 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0912-9.	Учебник	2014	ЭБС "Лань"
4	Кремер Н.Ш.	Высшая математика для экономистов [Электронный ресурс] : учебник для вузов / Н. Ш. Кремер [и др.] ; под ред. Н. Ш. Кремера. - 3-е изд. - Москва : ЮНИТИ-ДАНА , 2015. - 481 с. - (Золотой фонд российских учебников). - ISBN 978-5-238-00991-9.	Учебное пособие.	2015	ЭБС "IPRbooks"
5	Фихтенгольц Г.М	. Основы математического анализа[Электронный ресурс] : учебник. [В 2 ч.] Ч. 1 / Г. М. Фихтенгольц. - Изд. 10-е, стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 448 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0190-1.	Учебник	2015	ЭБС "Лань"

8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

1. Математическое образование - <http://www.mathedu.ru/>
2. MathTEST.ru. Материалы по математике в помощь школьнику и студенту (тесты по математике online) - <http://mathtest.ru/>
3. Math.ru. Математический сайт – <https://math.ru/lib>

8.4. Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование ПО	Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)
	Windows XP	Бессрочные
	Microsoft Office 13	№61935138 от 28.05.2012 (бессрочный)

8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Дисциплина «Математический анализ 1» входит в теоретический цикл фундаментальных дисциплин и не требует специального лабораторного оборудования. Материальное обеспечение дисциплины предполагает наличие учебных аудиторий для проведения лекционных и практических занятий с возможностью использования мультимедийных средств.

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
1.	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации.	24 посадочных мест. Стол ученический двухместный (моноблок)- 12 шт., стол преподавательский-1 шт. , доска аудиторная(меловая)-1 шт.
2.	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации.	44 посадочных мест. Стол ученический двухместный (моноблок) – 24 шт., стол преподавательский-2 шт., стул-1шт., доска аудиторная (меловая)- 1 шт.
3.	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для	Стол ученический трехместный (моноблок) - 60 шт., стол преподавательский, стул преподавательский, доска аудиторная

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
	курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации.	(меловая), кафедра напольная, экран навесной, стационарный проектор, процессор, мышь компьютерная пространственная, пульт для проектора
.	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации.	Стол ученический двухместный (моноблок) - 30 шт., стол ученический моноблок трехместный-18 стол преподавательский-1, стул преподавательский-1, доска аудиторная (меловая)-1
4.	Компьютерный класс. Помещение для самостоятельной работы. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации.	Стол ученический-26 шт., стул-26 шт., компьютер с выходом в сеть интернет- 16 шт.