

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Б1.В.ДВ.02.01
(индекс дисциплины)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Методы оптимизации

(наименование дисциплины)

по направлению подготовки
01.04.02 Прикладная математика и информатика

направленность (профиль)
Математическое моделирование

Форма обучения: очная

Год набора: 2022

Общая трудоемкость: 4 ЗЕ

Распределение часов дисциплины по семестрам

| Семестр | 3 | Итого |
|--|--------|--------|
| Форма контроля | Зачет | |
| Вид занятий | | |
| Лекции | 8 | 8 |
| Лабораторные | | |
| Практические | 16 | 16 |
| Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР | | |
| Промежуточная аттестация | 0,25 | 0,25 |
| Контактная работа | 24,25 | 24,25 |
| Самостоятельная работа | 119,75 | 119,75 |
| Контроль | | |
| Итого | 144 | 144 |

Рабочую программу составил(и):
Доцент кафедры «Прикладная математика и информатика», к. ф.-м. н., Лелонд О.В.

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рецензирование рабочей программы дисциплины:



Отсутствует



Рецензент

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана
направления подготовки

01.04.02 Прикладная математика и информатика

Срок действия рабочей программы дисциплины до «31» августа 2024 г.

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»

(протокол заседания № 2 от «15» сентября 2021 г.).

1. Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – формирование у студентов представлений об основных методах оптимизации.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплины и практики, на освоении которых базируется данная дисциплина: Компьютерное моделирование, Избранные вопросы математического моделирования.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: Научно-исследовательская работа, Преддипломная практика.

3. Планируемые результаты обучения

| Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование) | Индикаторы достижения компетенций (код и наименование) | Планируемые результаты обучения |
|--|---|---|
| ПК-2 Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива | ПК-2.1 Знает методы проведения научных исследований и технологию командной работы | Знать: методы проведения научных исследований и технологию командной работы Уметь: проводить научные исследования в команде Владеть: технологией проведения научных исследований в команде |
| | ПК-2.2 Умеет проводить научные исследования для получения научных и прикладных результатов в различных областях прикладной математики и информатики | Знать: подходы к проведению научных исследований результатов в различных областях прикладной математики и информатики Уметь: проводить научные исследования для получения научных и прикладных результатов в различных областях прикладной математики Владеть: методами проведения научных исследований для получения научных и прикладных результатов в различных областях прикладной математики и информатики |
| | ПК-2.3 Владеет навыками проведения научных исследований для получения научных и прикладных результатов в различных областях прикладной математики и информатики | Знать: навыки проведения научных исследований для получения научных и прикладных результатов в различных областях прикладной математики и информатики Уметь: проводить научные |

| Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование) | Индикаторы достижения компетенций (код и наименование) | Планируемые результаты обучения |
|---|--|--|
| | информатики | <p>исследования в различных областях прикладной математики и информатики.</p> <p>Владеть: навыками проведения научных исследований для получения научных и прикладных результатов в различных областях прикладной математики и информатики</p> |

4. Структура и содержание дисциплины

| Модуль (раздел) | Вид учебной работы | Наименование тем занятий (учебной работы) | Семестр | Объем, ч. | Баллы | Интерактив, ч. | Формы текущего контроля (наименование оценочного средства) |
|--|--------------------------|---|---------|--------------|-------|----------------|--|
| Модуль 1. Постановка задачи оптимизации. Методы минимизации функций одной переменной. | Лек | Задачи условной и безусловной оптимизации. Классификация оптимизационных задач. Численные методы минимизации функций одной переменной. | 3 | 2 | - | - | Индивидуальное домашнее задание, коллоквиум, зачет |
| | Пр | Решение оптимизационных задач точными аналитическими и геометрическими методами. | | 2 | - | - | |
| | Пр | Численные методы минимизации функций одной переменной. | | 2 | | | |
| | СР | Изучение лекционного материала и учебной литературы, выполнение индивидуального домашнего задания, подготовка к коллоквиуму. | | 30 | - | - | |
| Модуль 2. Методы минимизации функций нескольких переменных | Лек | Элементы выпуклого анализа. Градиентный метод. Метод Ньютона и его модификации. | 3 | 2 | - | - | Индивидуальное домашнее задание, коллоквиум, зачет |
| | Пр | Решение оптимизационных задач градиентным методом. | | 2 | - | - | |
| | Пр | Решение оптимизационных задач методом Ньютона и квазиньютоновскими методами. | | 2 | - | - | |

| Модуль (раздел) | Вид учебной работы | Наименование тем занятий (учебной работы) | Семестр | Объем, ч. | Баллы | Интерактив, ч. | Формы текущего контроля (наименование оценочного средства) |
|--------------------|--------------------------|--|---------|--------------|-------|----------------|--|
| | Лек | Методы сопряжённых направлений. Эвристические методы нулевого порядка. | 3 | 2 | - | - | |
| | Пр | Решение оптимизационных задач методами сопряженных направлений. | | 2 | - | - | |
| | Пр | Решение оптимизационных задач эвристическими методами нулевого порядка. | | 2 | - | - | |
| | Лек | Методы проекции градиента и условного градиента. Метод штрафных функций. | | 2 | - | - | |
| | Пр | Решение оптимизационных задач методом штрафных функций. | | 2 | - | - | |
| | Пр | Решение целочисленных задач линейного программирования методами Гомори и ветвей и границ. | | 2 | - | - | |
| | СР | Изучение лекционного материала и учебной литературы, выполнение индивидуального домашнего задания, подготовка к коллоквиуму. | | 89,75 | - | - | |
| | ПА | | | 0,25 | - | - | |
| Итого: | | | | 144 | - | | |

5. Образовательные технологии

Технология традиционного обучения: лекции 1-4, практические занятия 1-8.

6. Методические указания по освоению дисциплины

Для успешного освоения дисциплины необходимы посещение студентами лекционных и практических занятий, самостоятельная работа студентов с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение индивидуального домашнего задания и всех предусмотренных в семестре контрольных работ.

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет.

В ходе лекционных занятий полезно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Студент может дополнить список предложенной литературы современными источниками, не представленными в списке, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и выпускных квалификационных работ.

Студентам следует

- при подготовке к практическим занятиям обязательно использовать не только лекции, учебную литературу, но и другие источники;
- в начале занятий задавать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и использовании при решении задач, предложенных для самостоятельного решения;
- на занятиях доводить каждую задачу до окончательного ответа, демонстрировать понимание проведенных расчетов (рассуждений), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что решение задач проводится по рассмотренному на лекциях материалу и связано, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться студентом на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и в процессе решения задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (что очень важно) для активной проработки лекционного материала.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений (рассуждений, преобразований) составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение задач следует излагать подробно, вычисления (рассуждения, преобразования) располагать в строгом порядке. Решение при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Полезно (если это возможно) решать задачу несколькими способами и сравнивать полученные результаты. Решение задач определённого типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Подготовка к зачету способствует закреплению, углублению и систематизации знаний, получаемых в процессе обучения. Готовясь к зачету, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, упорядочивает свои знания. На зачете студент демонстрирует как теоретические знания, приобретённые в процессе обучения по данной учебной дисциплине, так и навыки их практического использования при решении задач.

Необходимо ориентировать студентов на систематическую подготовку к занятиям в течение семестра, поскольку это позволит освоить основы изучаемой дисциплины, а время сессии можно будет использовать для систематизации уже имеющихся знаний.

7. Оценочные средства

7.1. Паспорт оценочных средств

| Семестр | Код контролируемой компетенции (или ее части) | Наименование оценочного средства |
|---------|--|--|
| 3 | ПК-2 | Вопросы к зачету №1-50 Вопросы к коллоквиуму №1-40 Индивидуальное домашнее задание |

7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

7.2.1. Индивидуальное домашнее задание по курсу «Методы оптимизации» (наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Вариант 1

Задание 1. Решить графически.

$$F = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 4 \\ -x_1 + 2x_2 \leq 2 \\ x_1 + 2x_2 \leq 10 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Задание 2. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = 2x_1 + 3x_2$$

при ограничениях

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 16,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 3. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 5)^2 + (x_2 - 4)^2$$

при ограничениях

$$\begin{cases} 5x_1 - 4x_2 \leq -20 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 30 \end{cases}$$

Задание 4. Дана задача с нелинейной функцией и нелинейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 1)^2$$

при ограничениях

$$x_1 x_2 \leq 4,$$

$$x_1 \leq 6,$$

$$x_2 \leq 5,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 5. Дана задача нелинейного программирования

$$L = x_1 x_2$$

при ограничении

$$x_1 + x_2 = 1.$$

Найти условные экстремумы с использованием метода множителей Лагранжа.

Задание 6. Установить, являются ли выпуклым множество U .

$$U = \{(x_1, x_2) \mid 2x_1 + x_2 \leq 2, 2x_1 - x_2 \geq -2, x_2 \geq 0\}.$$

Задание 7. Убедиться в выпуклости функции $f(x)$ во всем пространстве R_n .

$$f(x_1, x_2) = 4x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2 + 6x_1 - x_2 - 2.$$

Задание 8. Указать непустое открытое множество U , на котором функция $f(x)$ является выпуклой.

$$f(x) = \frac{x_1^2}{x_2}.$$

Задание 9. Решить задачу минимизации методом сопряжённых градиентов.

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 - 15x_2 \rightarrow \min.$$

Задание 10. Провести 5 итераций метода вращения системы координат для решения задачи

$$f(x) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_1 + x_2 - 5)^2 \rightarrow \min.$$

$$\text{Взять } \lambda = 1/2, \mu = 3, x^0 = (2; 1).$$

Задание 11. Используя простейший алгоритм метода штрафов, решить задачу

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \min,$$

$$x_1 + 1 \leq 0,$$

выбрав в качестве функции штрафа квадратичную функцию.

Задание 12. Решить задачу целочисленного линейного программирования

$$F = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 13 \\ x_1 - x_2 \leq 6 \\ -3x_1 + x_2 \leq 9 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1, x_2 \in Z.$$

Задание 13. Реализовать 5 шагов алгоритма метода наискорейшего спуска для нахождения минимума функции $z = 3x^2 - 5xy + 4y^2 - 7x + 5y$. В качестве начальной точки взять точку $(2; 0,5)$.

Вариант 2

Задание 1. Решить графически

$$F = x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 - 4 \leq 0 \\ 3x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1 + x_2 - 4 \geq 0 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Задание 2. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = x_1 + 2x_2$$

при ограничениях

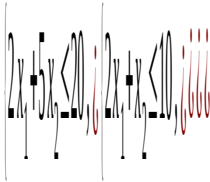
$$x_1^2 + x_2^2 \leq 36,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 3. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 2)^2$$

при ограничениях



Задание 4. Дана задача с нелинейной функцией и нелинейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 2)^2 + (x_2 + 1)^2$$

при ограничениях

$$x_1 x_2 \leq 5,$$

$$x_1 \leq 5,$$

$$x_2 \leq 6,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 5. Дана задача нелинейного программирования

$$L = 4 x_1 x_2$$

при ограничении

$$2x_1 + 3x_2 = 4.$$

Найти условные экстремумы с использованием метода множителей Лагранжа.

Задание 6. Установить, являются ли выпуклым множеством U.

$$U = \{(x_1, x_2) \mid x_1 x_2 > 1, x_1 > 0\}.$$

Задание 7. Убедиться в выпуклости функции $f(x)$ во всем пространстве R_n .

$$f(x_1, x_2) = \sqrt{1 + x_1^2 + x_2^2}.$$

Задание 8. Указать непустое открытое множество U, на котором функция $f(x)$ является выпуклой.

$$f(x) = \sin(x_1 + x_2).$$

Задание 9. Решить задачу минимизации методом сопряжённых градиентов.

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 20x_1 - 30x_2 \rightarrow \min.$$

Задание 10. Провести 5 итераций метода вращения системы координат для решения задачи

$$f(x) = (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 2)^2 + (x_1 + x_2 - 5)^2 \rightarrow \min.$$

$$\text{Взять } \lambda = 1/2, \mu = 3, x^0 = (4; 2).$$

Задание 11. Используя простейший алгоритм метода штрафов, решить задачу

$$f(x) = x_1 + x_2 \rightarrow \min,$$

$$x_1^2 - x_2 \leq 0, x_1 \geq 0,$$

выбрав в качестве функции штрафа логарифмическую функцию.

Задание 12. Решить задачу целочисленного линейного программирования

$$F = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} -3x_1 + 14x_2 \leq 78 \\ 5x_1 - 6x_2 \leq 26 \\ x_1 + 4x_2 \geq 25 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1, x_2 \in \mathbb{Z}.$$

Задание 13. Реализовать 5 шагов алгоритма метода наискорейшего спуска для нахождения максимума функции $z = -x^2/2 + 5x + xy - y^2$. В качестве начальной точки взять точку (8; 4).

Вариант 3

Задание 1. Решить графически

$$F = x_1 + 6x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 12 \\ 2x_1 + x_2 \geq 12 \\ x_1 \geq 2, x_2 \geq 3 \end{cases}$$

Задание 2. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = -x_1 - 2x_2$$

при ограничениях

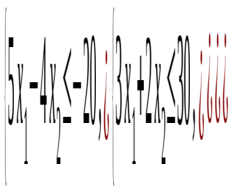
$$x_1^2 + x_2^2 \leq 25,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 3. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$$

при ограничениях



Задание 4. Дана задача с нелинейной функцией и нелинейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 + 1)^2 + (x_2 - 2)^2$$

при ограничениях

$$x_1 x_2 \leq 6,$$

$$x_1 \leq 4,$$

$$x_2 \leq 5,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 5. Дана задача нелинейного программирования

$$L = x_1 x_2$$

при ограничении

$$3x_1 + x_2 = 2.$$

Найти условные экстремумы с использованием метода множителей Лагранжа.

Задание 6. Установить, являются ли выпуклым множеством U .

$$U = \{(x_1, x_2) \mid x_2 \geq x_1^2\}.$$

Задание 7. Убедиться в выпуклости функции $f(x)$ во всем пространстве R_n .

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - \cos \frac{x_1 - x_2}{2}.$$

Задание 8. Указать непустое открытое множество U , на котором функция $f(x)$ является выпуклой.

$$f(x) = x_1^2 + 2x_2^2 - \sin(x_1 - x_2).$$

Задание 9. Решить задачу минимизации методом сопряжённых градиентов.

$$f(x) = (x_1 - 16)^2 + (x_2 - 9)^2 \rightarrow \min.$$

Задание 10. Провести 5 итераций метода вращения системы координат для решения задачи

$$f(x) = (x_1 - 7)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_1 + x_2 - 9)^2 \rightarrow \min.$$

Взять $\lambda = 1/2, \mu = 3, x^0 = (7; 1).$

Задание 11. Используя простейший алгоритм метода штрафов, решить задачу

$$f(x) = x^2 - 10x \rightarrow \min,$$

$$x - 1 \leq 0,$$

выбрав в качестве функции штрафа квадратичную функцию.

Задание 12. Решить задачу целочисленного линейного программирования

$$F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 \geq 24 \\ -3x_1 + 3x_2 \leq 9 \\ -x_1 + 3x_2 \geq 3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1, x_2 \in Z.$$

Задание 13. Реализовать 5 шагов алгоритма метода наискорейшего спуска для нахождения минимума функции $z = 9x^2 - 7xy + 10y^2 - 5x - 4y$. В качестве начальной точки взять точку $(1; 1)$.

Вариант 4

Задание 1. Решить графически

$$F = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \leq 0 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ 0 \leq x_1 \leq 2 \\ 0 \leq x_2 \leq 8 \end{cases}$$

Задание 2. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = 2x_1 + x_2$$

при ограничениях

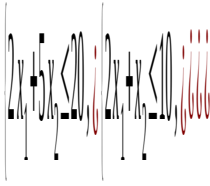
$$x_1^2 + x_2^2 \leq 4,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 3. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2$$

при ограничениях



Задание 4. Дана задача с нелинейной функцией и нелинейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$$

при ограничениях

$$x_1 x_2 \leq 3,$$

$$x_1 \leq 5,$$

$$x_2 \leq 4,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 5. Дана задача нелинейного программирования

$$L = 9x_1 x_2$$

при ограничении

$$2x_1 + x_2 = 3.$$

Найти условные экстремумы с использованием метода множителей Лагранжа.

Задание 6. Установить, являются ли выпуклым множество U .

$$U = \{(x_1, x_2) \mid x_1 x_2 < 1, x_1 > 0, x_2 > 0\}.$$

Задание 7. Убедиться в выпуклости функции $f(x)$ во всем пространстве R_n .

$$f(x_1, x_2) = x_1^4 + x_2^4 + x_1^2 + x_2^2 + x_1^2 x_2^2.$$

Задание 8. Указать непустое открытое множество U , на котором функция $f(x)$ является выпуклой.

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{x_1 + x_2}.$$

Задание 9. Решить задачу минимизации методом сопряжённых градиентов.

$$x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 - 20x_2 \rightarrow \min.$$

Задание 10. Провести 5 итераций метода вращения системы координат для решения задачи

$$f(x) = (x_1 - 6)^2 + (x_2 - 3)^2 + (x_1 + x_2 - 7)^2 \rightarrow \min.$$

$$\text{Взять } \lambda = 1/2, \mu = 3, x^0 = (6; 3).$$

Задание 11. Используя простейший алгоритм метода штрафов, решить задачу

$$f(x) = x_1^3 - 6x_1^2 + 11x_1 + x_3 \rightarrow \min,$$

$$x_1^2 + x_2^2 - x_3^2 \leq 0, x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 \geq 4, x_3 \leq 5, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0,$$

выбрав в качестве функции штрафа квадратичную функцию.

Задание 12. Решить задачу целочисленного линейного программирования

$$F = 6x_1 + x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 9 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 50 \\ -x_1 + 4x_2 \geq 18 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1, x_2 \in \mathbb{Z}.$$

Задание 13. Реализовать алгоритм метода дихотомии для поиска минимума функции $y = x^4 - x^3$ на отрезке $[-1; 2]$. Взять $N=4, \delta=0,001$.

Вариант 5

Задание 1. Решить графически

$$F = 2x_1 - 6x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 2 \\ -x_1 + 2x_2 \geq -4 \\ x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Задание 2. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = -3x_1 - x_2$$

при ограничениях

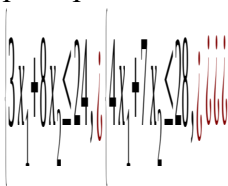
$$x_1^2 + x_2^2 \leq 9,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 3. Дана задача с нелинейной целевой функцией и линейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 - 3)^2 + (x_2 - 4)^2$$

при ограничениях



Задание 4. Дана задача с нелинейной функцией и нелинейной системой ограничений. Используя графический метод, найти глобальные экстремумы функции

$$L = (x_1 + 2)^2 + (x_2 + 2)^2$$

при ограничениях

$$x_1 x_2 \leq 2,$$

$$x_1 \leq 3,$$

$$x_2 \leq 6,$$

$$x_{1,2} \geq 0.$$

Задание 5. Дана задача нелинейного программирования

$$L = x_1 x_2$$

при ограничении

$$-x_1 + 3x_2 = 2.$$

Найти условные экстремумы с использованием метода множителей Лагранжа.

Задание 6. Установить, являются ли выпуклым множество U .

$$U = \{(x_1, x_2) \mid x_1 - x_2 \leq 2, x_1^2 + x_2^2 \leq 4\}.$$

Задание 7. Убедиться в выпуклости функции $f(x)$ во всем пространстве \mathbb{R}_n .

$$f(x_1, x_2, x_3) = e^{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}.$$

Задание 8. Указать непустое открытое множество U , на котором функция $f(x)$ является выпуклой.

$$f(x) = 5 + 3 \frac{x_1^2}{x_2}.$$

Задание 9. Решить задачу минимизации методом сопряжённых градиентов.

$$f(x) = x_1^2 + x_2^2 - 10x_1 - 8x_2 \rightarrow \min.$$

Задание 10. Провести 5 итераций метода вращения системы координат для решения задачи

$$f(x) = (x_1 - 8)^2 + (x_2 - 3)^2 + (x_1 + x_2 - 9)^2 \rightarrow \min.$$

Взять $\lambda = 1/2, \mu = 3, x^0 = (7; 3).$

Задание 11. Используя простейший алгоритм метода штрафов, решить задачу

$$f(x) = x_1^2 - 2x_1 - x_2 \rightarrow \min,$$

$$2x_1 + 3x_2 - 6 \leq 0$$

$$2x_1 + x_2 - 4 \leq 0.$$

выбрав в качестве функции штрафа квадратичную функцию.

Задание 12. Решить задачу целочисленного линейного программирования

$$F = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 \leq 18 \\ x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 \leq 5, x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_1, x_2 \in Z.$$

Задание 13. Реализовать алгоритм метода перебора для поиска минимума функции $y = x^3 - 3x^2 + 1$ на отрезке $[0; 2]$. Взять $N = 4$.

Краткое описание и регламент выполнения

Индивидуальное домашнее задание сдается преподавателю в конце семестра на зачетной неделе.

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если правильно выполнено не менее 70% задания;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если правильно выполнено менее 70% задания.

7.2.2. Коллоквиум по теме «Методы одномерной минимизации. Элементы выпуклого анализа. Методы градиента, Ньютона, сопряженных направлений»

(наименование оценочного средства)

Примерные вопросы к коллоквиуму

1. Постановка задачи оптимизации. Глобальные и локальные решения.
2. Задача безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия оптимальности.
3. Задача условной оптимизации. Её геометрическая интерпретация в двумерном случае.
4. Классическая задача на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
5. Понятия выпуклого множества и выпуклой функции.

6. Выпуклые задачи оптимизации, их свойства.
7. Задачи математического программирования.
8. Задачи выпуклого программирования.
9. Задачи линейного программирования.
10. Задачи квадратичного программирования.
11. Задачи дискретной оптимизации.
12. Алгоритм пассивного поиска минимума унимодальной функции.
13. Поиск минимума унимодальной функции методом дихотомии.
14. Метод Фибоначчи поиска минимума унимодальной функции.
15. Метод золотого сечения поиска минимума унимодальной функции.
16. Метод парабол поиска минимума унимодальной функции.
17. Метод кубической интерполяции поиска минимума унимодальной функции.
18. Метод перебора поиска глобального минимума функции, удовлетворяющей условию Липшица.
19. Метод ломаных поиска глобального минимума функции, удовлетворяющей условию Липшица.
20. Конусы, выпуклые конусы, аффинные множества.
21. Комбинации точек и оболочки множеств.
22. Замыкание и относительная внутренность выпуклого множества.
23. Свойства неограниченных выпуклых множеств.
24. Проекция точки на множество, свойства проекций.
25. Теоремы отделимости.
26. Крайние точки выпуклого множества. Восстановление выпуклого компакта по его крайним точкам.
27. Сопряжённые множества.
28. Строго выпуклые и сильно выпуклые функции.
29. Внутренние операции в классе выпуклых функций.
30. Дифференциальные критерии выпуклости функций.
31. Необходимое условие оптимальности в задаче минимизации в терминах направлений.
32. Дифференциальное условие оптимальности в задаче минимизации на выпуклом множестве.
33. Градиентный метод. Сходимость в случае невыпуклой минимизируемой функции.
34. Сходимость и оценка скорости сходимости градиентного метода в случае сильно выпуклой минимизируемой функции.
35. Метод Ньютона. Сходимость метода и оценка скорости сходимости.
36. Метод Ньютона с регулировкой шага.
37. Квазиньютоновские методы.
38. Понятие сопряжённых направлений и их свойства.
39. Метод сопряжённых направлений нулевого порядка.
40. Метод сопряжённых градиентов.

Краткое описание и регламент выполнения

Коллоквиум проводится в устной форме после изучения темы «Методы сопряженных направлений».

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если студент даёт развёрнутый ответ на основной вопрос, грамотно излагает материал, верно отвечает на дополнительные вопросы;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если студент даёт развёрнутый ответ на основной вопрос, грамотно излагает материал, но допускает при ответе незначительные ошибки; при этом он верно отвечает на большинство дополнительных вопросов;

- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если студент при ответе демонстрирует знание лишь необходимых основ учебного материала;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки при ответе на вопросы.

7.2.3. Задания для оценки сформированности компетенций

(наименование оценочного средства)

ПК-2 Способен проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива

(код и наименование компетенции)

ОМ закрытого типа

Задание 1

Выберите один правильный вариант ответа.

Точка x^* $\in X$ называется точкой глобального минимума функции f на множестве X или глобальным решением задачи оптимизации, если

- а) $f(x^*) \geq f(x)$ при всех $x \in X$
- б) $f(x^*) \leq f(x)$ при всех $x \in X$
- в) $f(x^*) \leq f(x)$ при всех $x \in X \cap U_\varepsilon(x^*)$, где $U_\varepsilon(x^*) - \varepsilon$ окрестность точки x^*
- г) $f(x^*) \geq f(x)$ при всех $x \in X \cap U_\varepsilon(x^*)$, где $U_\varepsilon(x^*) - \varepsilon$ окрестность точки x^*

Правильный ответ: б.

Задание 2

Выберите один правильный вариант ответа.

Точка x^* $\in X$ называется точкой локального минимума функции f на множестве X или локальным решением задачи оптимизации, если

- а) $f(x^*) \leq f(x)$ при всех $x \in X$
- б) $f(x^*) \geq f(x)$ при всех $x \in X$
- в) $f(x^*) \leq f(x)$ при всех $x \in X \cap U_\varepsilon(x^*)$, где $U_\varepsilon(x^*) - \varepsilon$ окрестность точки x^*
- г) $f(x^*) \geq f(x)$ при всех $x \in X \cap U_\varepsilon(x^*)$, где $U_\varepsilon(x^*) - \varepsilon$ окрестность точки x^*

Правильный ответ: в.

Задание 3

Выберите один правильный вариант ответа.

Общая задача оптимизации имеет следующий вид:

- а) $f(x) \rightarrow \min, x \in R^n$
- б) $f(x) \rightarrow \min, x \in X$
- в) $f(x) \rightarrow \min, g_i(x) = 0, i = 1, \dots, m$
- г) $f(x) \rightarrow \min, g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m$

Правильный ответ: б.

Задание 4

Выберите один правильный вариант ответа.

Классическая задача на условный экстремум имеет следующий вид:

- а) $f(x) \rightarrow \min, x \in R^n$
- б) $f(x) \rightarrow \min, x \in X$
- в) $f(x) \rightarrow \min, g_i(x) = 0, i = 1, \dots, m$
- г) $f(x) \rightarrow \min, g_i(x) \leq 0, i = 1, \dots, m$

Правильный ответ: в.

Задание 5

Выберите один правильный вариант ответа.

Пусть функция f дифференцируема в точке $x^{\dot{c}} \in R^n$. Если $x^{\dot{c}}$ - локальное решение задачи $f(x) \rightarrow \min, x \in R^n$, то

- а) $f'(x^{\dot{c}}) = 1$
- б) $f'(x^{\dot{c}}) = 0$
- в) $f'(x^{\dot{c}}) = -1$
- г) $f'(x^{\dot{c}}) = \infty$

Правильный ответ: б.

Задание 6

Выберите один правильный вариант ответа.

Пусть функции f, g_1, \dots, g_m непрерывно дифференцируемы в некоторой окрестности точки $x^{\dot{c}} \in R^n$. Если $x^{\dot{c}}$ - локальное решение задачи $f(x) \rightarrow \min, g_i(x) = 0, i = 1, \dots, m$, то

а) существует число $y_0^{\dot{c}}$ и вектор $y^{\dot{c}} = (y_1^{\dot{c}}, \dots, y_m^{\dot{c}})$, отличные от нуля и такие, что $L'_x(x^{\dot{c}}, y_0^{\dot{c}}, y^{\dot{c}}) = 0$

б) существует число $y_0^{\dot{c}}$ и вектор $y^{\dot{c}} = (y_1^{\dot{c}}, \dots, y_m^{\dot{c}})$, не равные нулю одновременно и такие, что $L'_x(x^{\dot{c}}, y_0^{\dot{c}}, y^{\dot{c}}) = 0$

в) существует число $y_0^{\dot{c}}$ и вектор $y^{\dot{c}} = (y_1^{\dot{c}}, \dots, y_m^{\dot{c}})$, отличные от нуля и такие, что $L'_x(x^{\dot{c}}, y_0^{\dot{c}}, y^{\dot{c}}) \neq 0$

г) существует число $y_0^{\dot{c}}$ и вектор $y^{\dot{c}} = (y_1^{\dot{c}}, \dots, y_m^{\dot{c}})$, не равные нулю одновременно и такие, что $L'_x(x^{\dot{c}}, y_0^{\dot{c}}, y^{\dot{c}}) \neq 0$

Правильный ответ: б.

Задание 7

Выберите один правильный вариант ответа.

Пусть функции f, g_1, \dots, g_m непрерывно дифференцируемы в некоторой окрестности точки $x^{\dot{c}} \in R^n$. Если $x^{\dot{c}}$ - локальное решение задачи $f(x) \rightarrow \min, g_i(x) = 0, i = 1, \dots, m$, то существует число $y_0^{\dot{c}}$ и вектор $y^{\dot{c}} = (y_1^{\dot{c}}, \dots, y_m^{\dot{c}})$, не равные нулю одновременно и такие, что $L'_x(x^{\dot{c}}, y_0^{\dot{c}}, y^{\dot{c}}) = 0$. Если при этом градиенты $g'_1(x^{\dot{c}}), \dots, g'_m(x^{\dot{c}})$ линейно независимы (условие регулярности), то

- а) $y_0^{\dot{c}} \neq 0$
- б) $y_0^{\dot{c}} = 0$
- в) $y_0^{\dot{c}} = 1$
- г) $y_0^{\dot{c}} = -1$

Правильный ответ: а.

Задание 8

Выберите один правильный вариант ответа.

Функция f , определенная на выпуклом множестве $X \subset R^n$, называется выпуклой на X , если

- а) $f(\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2) \geq \lambda f(x^1) + (1-\lambda)f(x^2)$ при всех $x^1, x^2 \in X, \lambda \in [0, 1]$
- б) $f(\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2) = \lambda f(x^1) + (1-\lambda)f(x^2)$ при всех $x^1, x^2 \in X, \lambda \in [0, 1]$
- в) $f(\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2) \leq \lambda f(x^1) + (1-\lambda)f(x^2)$ при всех $x^1, x^2 \in X, \lambda \in [0, 1]$
- г) $f(\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2) \neq \lambda f(x^1) + (1-\lambda)f(x^2)$ при всех $x^1, x^2 \in X, \lambda \in [0, 1]$

Правильный ответ: в.

Задание 9

Выберите один правильный вариант ответа.

Выпуклым множеством не является

- а) линейное подпространство
- б) одноточечное множество
- в) гиперплоскость
- г) двухточечное множество

Правильный ответ: г.

Задание 10

Выберите один правильный вариант ответа.

Множество $X \subset R^n$ называется конусом, если

- а) $\lambda x \in X$ при всех $x \in X, \lambda \geq 0$
- б) $\lambda x \in X$ при всех $x \in X, \lambda \leq 0$
- в) $\lambda x \in X$ при всех $x \in X, \lambda > 0$
- г) $\lambda x \in X$ при всех $x \in X, \lambda < 0$

Правильный ответ: а.

ОМ открытого типа

Задание 11

Закончите предложение.

Если $\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2 \in X$ при всех $x^1, x^2 \in X, \lambda \in [0,1]$, то множество $x \in R^n$ называется

...

Правильный ответ: выпуклым.

Задание 12

Закончите предложение.

Пусть функция f выпукла на R^n и дифференцируема в точке $x^{\circ} \in R^n$. Если $f'(x^{\circ})=0$, то x° - ...

Правильный ответ: точка минимума f на X .

Задание 13

Вставьте пропущенное слово.

Множество $X \subset R^n$ называется ..., если $\lambda x^1 + (1-\lambda)x^2 \in X$ при всех $x^1, x^2 \in X$ и всех $\lambda \in R$.

Правильный ответ: аффинным.

Задание 14

Вставьте пропущенное слово.

Пусть x^1, \dots, x^m - точки из R^n . Их линейная комбинация $\sum_{i=1}^m \lambda_i x^i$ называется ..., если $\lambda_i \geq 0, i=1, \dots, m, \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$.

Правильный ответ: выпуклой.

Задание 15

Запишите обозначение конической оболочки множества X .

Правильный ответ: $\text{cone } X$.

Задание 16

Вставьте пропущенные слова.

Выпуклая оболочка множества, состоящего из конечного числа точек, называется ..., натянутым на эти точки.

Правильный ответ: выпуклым многогранником.

Задание 17

Запишите, как связаны между собой граница множества и его относительная граница.

Правильный ответ: Относительная граница множества содержится в границе множества.

Задание 18

Запишите, как связаны между собой внутренность множества и его относительная внутренность.

Правильный ответ: Внутренность любого множества содержится в его относительной внутренности.

Задание 19

Вставьте пропущенные слова.

Точка x множества $X \subset R^n$ называется его ..., если при некотором $\varepsilon > 0$ справедливо включение $U_\varepsilon(x) \cap \text{aff } X \subset X$.

Правильный ответ: относительно внутренней точкой.

Задание 20

Вставьте пропущенные слова.

Множество X называется ..., если $X = \text{ri } X$.

Правильный ответ: относительно открытым.

Задание 21

Закончите предложение.

Проекцией точки $a \in R^n$ на множество $X \subset R^n$ называется такая точка $\pi_X(a) \in X$, что для всех точек $x \in X$ выполняется неравенство ...

Правильный ответ: $\|x - \pi_X(a)\| \leq \|x - a\|$.

Задание 22

Закончите предложение.

Если существуют ненулевой вектор $p \in R^n$ и число β такие, что $\langle p, x^1 \rangle \geq \beta \geq \langle p, x^2 \rangle \forall x^1 \in X_1, \forall x^2 \in X_2$, то множества X_1 и X_2 называются ...

Правильный ответ: отделимыми.

Задание 23

Закончите предложение.

Если существуют ненулевой вектор $p \in R^n$ и число β такие, что $\langle p, x^1 \rangle \geq \beta \geq \langle p, x^2 \rangle$ при всех $x^1 \in X_1, x^2 \in X_2$ и, кроме того, $\langle p, x^{\circ-1} \rangle > \langle p, x^{\circ-2} \rangle$ при некоторых $x^{\circ-1} \in X_1, x^{\circ-2} \in X_2$, где X_1 и X_2 — множества в R^n , то множества X_1 и X_2 называются ...

Правильный ответ: собственно отделимыми.

Задание 24

Закончите предложение.

Если существуют ненулевой вектор $p \in R^n$ и число β такие, что $\inf_{x^1 \in X_1} \langle p, x^1 \rangle > \beta > \langle p, x^2 \rangle$, где X_1 и X_2 — множества в R^n , то множества X_1 и X_2 называются ...

Правильный ответ: сильно отделимыми.

Задание 25

Вставьте пропущенное слово.

Гиперплоскость $H_{p\beta}$ называется ... к множеству $X \subset R^n$ в точке $a \in \partial X$, если a лежит в $H_{p\beta}$, а X — в одном из полупространств, порождаемых $H_{p\beta}$.

Правильный ответ: опорной.

Задание 26

Известно, что в любой относительно граничной точке a выпуклого множества $X \subset R^n$ существует опорная гиперплоскость, а также собственная опорная гиперплоскость. Можно ли утверждать то же самое для произвольной граничной точки a выпуклого множества $X \subset R^n$?

Правильный ответ: Нельзя. В каждой граничной точке a выпуклого множества $X \subset R^n$ существует опорная гиперплоскость, но не обязательно существует собственная опорная гиперплоскость.

Задание 27

Вставьте пропущенные слова.

Гиперплоскость $H_{p\beta}$ называется ... к множеству $X \subset R^n$ в точке $a \in \partial X$, если a лежит в $H_{p\beta}$, а X — в одном из полупространств, порождаемых $H_{p\beta}$, и $\langle p, \bar{x} \rangle > \beta$ при некотором $\bar{x} \in X$.

Правильный ответ: собственной опорной.

Задание 28

Вставьте пропущенные слова.

Выпуклые множества X_1 и X_2 собственно отделимы тогда и только тогда, когда их ... не пересекаются.

Правильный ответ: относительные внутренности.

Задание 29

Закончите предложение.

Если точку x выпуклого множества X нельзя представить в виде $x = \lambda x^1 + (1 - \lambda)x^2$, где $x^1, x^2 \in X, x^1 \neq x^2, 0 < \lambda < 1$, то такая точка называется ...

Правильный ответ: крайней (или угловой, или экстремальной).

Задание 30

Закончите предложение.

Пусть X — замкнутое выпуклое множество в R^n . Тогда X имеет хотя бы одну крайнюю точку ($E(X) \neq \emptyset$) в том и только том случае, если X не содержит ...

Правильный ответ: прямых.

Задание 31

Вставьте пропущенное слово.

Множество $X^\circ = \{ p \in R^n \mid \langle p, x \rangle \geq -1 \text{ при всех } x \in X \}$ называется ... к данному множеству $X \subset R^n$.

Правильный ответ: сопряжённым.

Задание 32

Укажите, из каких векторов $p \in R^n$ состоит множество X° , сопряжённое к конусу $X \subset R^n$.

Правильный ответ: $X^\circ = \{ p \in R^n \mid \langle p, x \rangle \geq 0 \text{ при всех } x \in X \}$.

Задание 33

Укажите, из каких векторов $p \in R^n$ состоит множество X° , сопряжённое к линейному подпространству $X \subset R^n$.

Правильный ответ: $X^\circ = \{ p \in R^n \mid \langle p, x \rangle = 0 \text{ при всех } x \in X \}$.

Задание 34

Запишите, как связаны между собой классы выпуклых, строго выпуклых и сильно выпуклых функций.

Правильный ответ: Класс выпуклых функций шире класса строго выпуклых функций, а класс строго выпуклых функций шире класса сильно выпуклых функций.

Задание 35

Укажите, является ли функция $e^{-x^2-y^2}$ выпуклой, строго выпуклой, сильно выпуклой на R^2 .

Правильный ответ: Функция $e^{-x^2-y^2}$ не является выпуклой на R^2 , а значит, она не является ни строго выпуклой, ни сильно выпуклой.

Задание 36

Известно, что всякая непрерывная сильно выпуклая функция f , заданная на замкнутом выпуклом множестве X , достигает на X своего наименьшего значения, причём в единственной точке. Верно ли аналогичное утверждение для произвольной непрерывной строго выпуклой функции?

Правильный ответ: неверно.

Задание 37

Закончите предложение.

Вектор $h \in R^n$ задаёт направление убывания функции f в точке $x^\circ \in R^n$, если при всех достаточно малых $\alpha > 0$ выполняется неравенство ...

Правильный ответ: $f(x^\circ + \alpha h) < f(x^\circ)$.

Задание 38

Запишите рекуррентную формулу для вычисления значения x^{k+1} при минимизации функции f градиентным методом.

Правильный ответ: $x^{k+1} = x^k - \alpha_k h^k$, где $\alpha_k > 0$, $h^k = \nabla f(x^k)$, $k = 0, 1, 2, \dots$

Задание 39

Закончите предложение.

Если в градиентном методе длина шага выбирается из условия минимизации функции вдоль направления антиградиента, то получаем вариант градиентного метода, называемый методом ...

Правильный ответ: наискорейшего спуска.

Задание 40

Запишите рекуррентную формулу для вычисления значения x^{k+1} при минимизации функции f классическим методом Ньютона.

Правильный ответ: $x^{k+1} = x^k - \zeta \zeta$

Задание 41

Вставьте пропущенные слова.

Векторы h^0, h^1, \dots, h^k называются ... относительно матрицы A , если они отличны от нуля и $\langle A h^i, h^j \rangle = 0$ при всех $i \neq j, 0 \leq i, j \leq k$.

Правильный ответ: взаимно сопряжёнными.

Задание 42

Закончите предложение.

В методе сопряжённых направлений нулевого порядка в качестве направлений минимизации нулевого цикла выбираются направления ...

Правильный ответ: координатных осей (единичных ортов).

Задание 43

Заполните пропуск.

Пусть $f(x) = \frac{1}{2} \langle Ax, x \rangle + \langle b, x \rangle$, где $A - \zeta$ симметрическая неотрицательно определённая матрица размера $n \times n$. Если функция f не достигает своего минимального значения на R^n , то метод сопряжённых градиентов позволяет установить этот факт не более чем за ... шагов.

Правильный ответ: n .

Задание 44

Закончите предложение.

Параметрами метода вращения системы координат являются коэффициенты λ и μ , удовлетворяющие условиям ...

Правильный ответ: $\lambda \in (0, 1), \mu > 1$.

Задание 45

Закончите предложение.

$k - \zeta$ й цикл метода вращения системы координат заканчивается после очередного испытания в направлении $p^n(k)$, если оказалось, что в ходе цикла в каждом направлении уже проведено хотя бы раз такое удачное испытание, следующее за которым оказалось ...

Правильный ответ: неудачным.

Задание 46

Закончите предложение.

При решении задач минимизации функций симплексным методом задают коэффициент отражения α , коэффициент растяжения β и коэффициент сжатия γ , которые удовлетворяют условиям ...

Правильный ответ: $\alpha > 0, \beta > 1, \gamma \in (0, 1)$.

Задание 47

Закончите предложение.

$k - \zeta$ я итерация симплексного метода начинается с выполнения операции ...

Правильный ответ: отражения.

Задание 48

Закончите предложение.

Расчётные формулы $x^{k+1} = \pi_x(x^k - \alpha_k f^{\zeta}(x^k)), k = 0, 1, 2, \dots$, где $\alpha_k \geq 0$, используются в методе ...

Правильный ответ: проекции градиента.

Задание 49

Вставьте пропущенные слова.

Вектор $h \in R^n$ задаёт ... относительно множества X в точке $x^i \in X$, если $x^i + \alpha h \in X$ при всех достаточно малых $\alpha > 0$.

Правильный ответ: возможное направление.

Задание 50

Закончите предложение.

На $k-i$ й итерации симплексного метода минимизации функции f заданы вершины текущего симплекса $x^0(k), x^1(k), \dots, x^n(k)$, удовлетворяющие условиям ...

Правильный ответ: $f(x^0(k)) \leq f(x^1(k)) \leq \dots \leq f(x^n(k))$.

7.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

Семестр 3

| № п/п | Вопросы к зачету |
|----------|---|
| 1 | Какова общая постановка задачи оптимизации? Что такое глобальные и локальные решения? |
| 2 | Как формулируется задача безусловной оптимизации? Каковы необходимые и достаточные условия оптимальности? |
| 3 | Как формулируется задача условной оптимизации? Какова её геометрическая интерпретация в двумерном случае? |
| 4 | Как формулируется классическая задача на условный экстремум? В чем суть метода множителей Лагранжа? |
| 5 | Как определяются понятия выпуклого множества и выпуклой функции? |
| 6 | Как формулируется выпуклая задача оптимизации? Каковы ее свойства? |
| 7 | Как формулируется задача математического программирования? |
| 8 | Как формулируется задача выпуклого программирования? |
| 9 | Как формулируется задача линейного программирования? |
| 10 | Как формулируется задача квадратичного программирования? |
| 11 | Как формулируется задача дискретной оптимизации? |
| 12 | В чем суть алгоритма пассивного поиска минимума унимодальной функции? |
| 13 | Как осуществляется поиск минимума унимодальной функции методом дихотомии? |
| 14 | Как определяются числа Фибоначчи? В чем суть метода Фибоначчи поиска минимума унимодальной функции? |
| 15 | В чем суть метода золотого сечения поиска минимума унимодальной функции? |
| 16 | В чем суть метода парабол поиска минимума унимодальной функции? |
| 17 | В чем суть метода кубической интерполяции поиска минимума унимодальной функции? |
| 18 | В чем суть метода перебора поиска глобального минимума функции, удовлетворяющей условию Липшица? |
| 19 | В чем суть метода ломаных поиска глобального минимума функции, удовлетворяющей условию Липшица? |

| | |
|----|---|
| 20 | Как определяются конусы и выпуклые конусы? Что такое аффинные множества? |
| 21 | Какие виды комбинаций точек и оболочек множеств вам известны? |
| 22 | Как определяются замыкание и относительная внутренность выпуклого множества? |
| 23 | Какие свойства неограниченных выпуклых множеств вам известны? |
| 24 | Как определяется проекция точки на множество? Какие свойства проекций вам известны? |
| 25 | Как формулируются теоремы отделимости? |
| 26 | Как определяются крайние точки выпуклого множества? |
| 27 | Как осуществляется восстановление выпуклого компакта по его крайним точкам? |
| 28 | Как определяются сопряжённые множества? |
| 29 | Как определяются строго и сильно выпуклые функции? |
| 30 | Какие внутренние операции в классе выпуклых функций вам известны? |
| 31 | Каковы дифференциальные критерии выпуклости функций? |
| 32 | Каково необходимое условие оптимальности в задаче минимизации в терминах направлений? |
| 33 | Каково дифференциальное условие оптимальности в задаче минимизации на выпуклом множестве? |
| 34 | В чем суть градиентного метода? Что можно сказать о его сходимости в случае невыпуклой минимизируемой функции? |
| 35 | Что можно сказать о сходимости градиентного метода в случае сильно выпуклой минимизируемой функции? Какова оценка скорости сходимости в этом случае? |
| 36 | В чем суть классического метода Ньютона? Что можно сказать о сходимости метода? Как оценивается скорость сходимости? В чем заключается метод Ньютона с регулировкой шага? |
| 37 | Какие квазиньютоновские методы вам известны? |
| 38 | Как определяются сопряжённые направления? Каковы их свойства? |
| 39 | В чем суть метода сопряжённых направлений нулевого порядка? |
| 40 | В чем суть метода сопряжённых градиентов? |
| 41 | В чем суть метода вращения системы координат? |
| 42 | В чем заключается симплексный метод решения задачи безусловной оптимизации? |
| 43 | В чем суть метода проекции градиента? Каковы условия его сходимости? |
| 44 | В чем суть метода условного градиента? Каковы условия его сходимости? |
| 45 | В чем заключается метод штрафных функций? Каковы условия его сходимости? Как формулируется условие ρ -регулярности задачи математического программирования? |
| 46 | Какие оценки скорости сходимости метода штрафных функций вам известны? |
| 47 | В чем суть простейшего алгоритма метода штрафов? |
| 48 | В чем суть непрерывного алгоритма метода штрафов? |
| 49 | В чем заключается метод Гомори решения целочисленной задачи линейного программирования? |
| 50 | В чем заключается метод ветвей и границ решения целочисленной задачи линейного программирования? |

7.3.2. Критерии и нормы оценки

| Семестр | Форма проведения промежуточной аттестации | Критерии и нормы оценки | |
|---------|---|-------------------------|--|
| 3 | Зачет (письменно) | «зачтено» | <p>1) Оценка «зачтено» по результатам работы в семестре («автоматом») ставится в случае успешного выполнения индивидуального домашнего задания и сдачи коллоквиума, если студент активно работал на практических занятиях в течение семестра и продемонстрировал знание материала по всем изучаемым разделам дисциплины.</p> <p>2) В процессе проведения зачёта оценка «зачтено» ставится студенту, успешно справившемуся с индивидуальным домашним заданием и сдавшему коллоквиум, при условии, что он верно решил все предложенные ему на зачёте задачи.</p> |
| | | «не зачтено» | Оценка «не зачтено» ставится студенту в случае невыполнения условий пунктов 1) и 2). |

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Обязательная литература

| № п/п | Авторы, составители | Заглавие (заголовок) | Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.) | Год издания | Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС |
|----------|-------------------------------|---|---|-------------|---|
| 1 | В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец | Основы методов оптимизации | Учебное пособие | 2016 | ЭБС «Лань» |
| 2 | А. В. Пантелеев, Т. А. Летова | Методы оптимизации в примерах и задачах | Учебное пособие | 2015 | ЭБС «Лань» |

8.2. Дополнительная литература

| № п/п | Авторы, составители | Заглавие (заголовок) | Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.) | Год издания | Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС |
|----------|---|---|---|-------------|---|
| 3 | В. В. Колбин | Специальные методы оптимизации | Учебное пособие | 2014 | ЭБС «Лань» |
| 4 | А. В. Аттетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников | Методы оптимизации | Учебное пособие | 2013 | ЭБС "ZNANIUM.COM" |
| 5 | Е. А. Кочегурова | Теория и методы оптимизации | Учебное пособие | 2013 | ЭБС "IPRbooks" |
| 6 | И. Н. Мастяева, О. Н. Семенихина | Методы оптимизации: Линейные и нелинейные методы и модели в экономике | Учебное пособие | 2011 | ЭБС "IPRbooks" |
| 7 | А. В. Пантелеев, Т. А. Летова | Методы оптимизации: практический курс | Учебное пособие | 2011 | ЭБС "IPRbooks" |

8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

ЭБС «Лань»;
ЭБС "IPRbooks".

8.4. Перечень программного обеспечения

| № п/п | Наименование ПО | Реквизиты договора (дата, номер, срок действия) |
|----------|-----------------|--|
| 1 | Windows | Бессрочно |
| 2 | Office Standart | Бессрочно |

8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

| № п/п | Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории) | Перечень основного оборудования |
|----------|---|--|
| 1 | Учебная аудитория для проведения лабораторных работ. Учебная аудитория для проведения занятий семинарного типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-305). | Микрокомпьютер (Raspberri Pi 3), коммутатор (D-Link), стол ученический, стол компьютерный, парты ученические, стулья, доска аудиторная (меловая) |
| 2 | Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-411). | Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, доска аудиторная (меловая) |
| 3 | Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и | Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая) |

| № п/п | Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории) | Перечень основного оборудования |
|----------|---|--|
| | промежуточной аттестации (УЛК-310). | |
| 4 | Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-413). | Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая) |
| 5 | Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-418). | Столы ученические двухместные (моноблок), доска аудиторная 3-х секционная (меловая), стол преподавательский, стулья, проектор Acer |
| 6 | Компьютерный класс. Помещение для самостоятельной работы. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (Г-401). | Столы ученические, стулья ученические, ПК с выходом в сеть Интернет |