

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Б1.В.ДВ.03.02
(индекс дисциплины)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

СИСТЕМЫ ПОДДЕРЖКИ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТОВ

(наименование дисциплины)

по направлению подготовки (специальности)

15.03.05 КОНСТРУКТОРСКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ
МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫХ ПРОИЗВОДСТВ

направленность (профиль)/специализация

ТЕХНОЛОГИЯ МАШИНОСТРОЕНИЯ

Форма обучения: очная

Год набора: 2022

Общая трудоемкость: 2 ЗЕТ

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр	7	Итого
Форма контроля	зачет	
Вид занятий		
Лекции	16	16
Лабораторные		
Практические	16	16
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация	0,25	0,25
Контактная работа	32,25	32,25
Самостоятельная работа	39,75	39,75
Контроль		
Итого	72	72

Рабочую программу составил(и):

доцент кафедры ОиТМП, доцент, к.т.н., Гуляев В.А.

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рецензирование рабочей программы дисциплины:



Отсутствует



Рецензент

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана направления подготовки 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств

Срок действия рабочей программы дисциплины до «31» августа 2026 г.

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры

«Оборудование и технологии машиностроительного производства»

(протокол заседания № 1 от «31» августа 2021 г.).

1. Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – сформировать у обучающихся знания, умения и приобретение опыта применения методов математического моделирования (разработка математических моделей, применение численных методов решения различных задач, использование современных математических пакетов для решения задач математического моделирования) при синтезе и исследований систем автоматического контроля и управления технологическими процессами.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплины и практики, на освоении которых базируется данная дисциплина: «Высшая математика», «Цифровая культура», «Физика», «Автоматизация технологических процессов в машиностроении», «Теория автоматического управления», «Технология машиностроения».

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: выполнение выпускной квалификационной работы.

3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
ПК-5. Способен осуществлять инструментальное обеспечение, выполнять определение и осуществлять оптимизацию режимов обработки в условиях механосборочного производства	ПК-5.1. Разрабатывает номенклатуру и план размещения инструмента и инструментальных приспособлений на рабочих местах ПК-5.1. Анализирует расход инструментов и инструментальных приспособлений	Знать: <ul style="list-style-type: none">• основные понятия, задачи и цели моделирования;• классификацию моделей и видов моделирования;методы построения математического описания объектов;• численные методы решения различных задач;• методы восстановления эмпирических зависимостей;• методы аналитического моделирования;методы имитационного моделирования.
		Уметь: <ul style="list-style-type: none">- использовать основные законы естественнонаучных дисциплин для составления математического описания объекта моделирования;- решать составленные уравнения (системы уравнений) модели с помощью современных математических пакетов.
		Владеть:

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
		<ul style="list-style-type: none"> • составления полной структурной схемы вещественно-энергетических потоков технологического процесса протекающего в технологическом объекте управления; разработки динамических и статических пространственно-распределенных математических моделей технологических процессов; - методами математического анализа и моделирования в теоретических и экспериментальных исследованиях в области разработки АСУ ТП с использованием современных математических пакетов.

4. Структура и содержание дисциплины

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль 1	Лек.	1.1. Общие вопросы математического моделирования.	7	0,5	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	1.1. Общие вопросы математического моделирования.	7	4	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	1.1. Общие вопросы математического моделирования.	7	0,5	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	1.2. Интерполяция по общей формуле Лагранжа.	7	0,5	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	1.2. Интерполяция по общей формуле Лагранжа.	7	4	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	1.2. Интерполяция по общей формуле Лагранжа.	7	0,5	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	1.3. Интерполяция табличных данных по формулам Лагранжа.	7	0,5	-	-	Отчет в электронном виде
	Ср.	1.3. Интерполяция табличных данных по формулам Лагранжа.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	1.3. Интерполяция табличных данных по формулам Лагранжа.	7	0,5	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	1.4. Процесс построения математической модели.	7	0,5	-	-	Отчет в электронном виде
	Ср.	1.4. Процесс построения математической модели.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	1.4. Процесс построения математической модели.	7	0,5	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	1.5.Полиномиальная аппроксимация.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	Ср.	1.5.Полиномиальная аппроксимация.	7	2	-	-	Вопросы к зачету

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Пр.	1.5.Полиномиальная аппроксимация.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	1.6. Чебышевская аппроксимация.	7	1	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	1.6. Чебышевская аппроксимация.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	1.6. Чебышевская аппроксимация.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	1.7. Суть компьютерного моделирования.	7	1	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	1.7. Суть компьютерного моделирования.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	1.7. Суть компьютерного моделирования.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	1.8.Экспоненциальная регрессия.	7	1	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	1.8.Экспоненциальная регрессия.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
	Лек.	1.9.Полиномиальная регрессия.	7	4	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	1.9.Полиномиальная регрессия.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
Модуль 2	Лек.	2.1. Различные методы решения нелинейных уравнений.	7	1	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	2.1. Различные методы решения нелинейных уравнений.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	2.2. Линейная регрессия общего вида.	7	1	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	2.3. Нелинейная регрессия общего вида.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	2.4.Вычислительные эксперименты с математическими моделями, имитирующими поведение реальных объектов, процессов или систем.	7	1	-	-	Вопросы к зачету

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Ср.	2.4.Вычислительные эксперименты с математическими моделями, имитирующими поведение реальных объектов, процессов или систем.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	2.4.Вычислительные эксперименты с математическими моделями, имитирующими поведение реальных объектов, процессов или систем.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	2.5.Преобразование Лапласа.	7	1	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	2.5.Преобразование Лапласа.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	2.6. Случайные величины и события, методы их генерации и область их применения.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	2.7. Линейное сглаживание по пяти точкам.	7	1	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	2.7. Линейное сглаживание по пяти точкам.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	2.8. Нелинейное сглаживание по семи точкам.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
Модуль 3	Лек.	3.1. Проблемы получения на ЭВМ случайных числовых последовательностей с заданными вероятностными характеристиками.	7	1	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	3.1. Проблемы получения на ЭВМ случайных числовых последовательностей с заданными вероятностными характеристиками.	7	2	-	-	Вопросы к зачету

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Пр.	3.1. Проблемы получения на ЭВМ случайных числовых последовательностей с заданными вероятностными характеристиками.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	3.2. Вычисление характеристик системы по ее операторной характеристике.	7	1	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	3.2. Вычисление характеристик системы по ее операторной характеристике.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	3.2. Вычисление характеристик системы по ее операторной характеристике.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	3.3. Алгоритмы и методы генерации равномерно распределенных случайных чисел.	7	1	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	3.3. Алгоритмы и методы генерации равномерно распределенных случайных чисел.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	3.3. Алгоритмы и методы генерации равномерно распределенных случайных чисел.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	3.4. Моделирование логических функций.	7	1	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	3.4. Моделирование логических функций.	7	2	-	-	Вопросы к зачету
	Пр.	3.4. Моделирование логических функций.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	Лек.	3.5. Метод и алгоритм решения систем линейных уравнений методом Гаусса.	7	1	-	-	Вопросы к зачету
	Ср.	3.5. Метод и алгоритм решения систем линейных уравнений методом Гаусса.	7	1,75	-	-	Вопросы к зачету

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Пр.	3.6. Колебания и резонанс в механической системе..	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	Пр.	Классический спектральный анализ и синтез.	7	1	-	-	Отчет в электронном виде
	ПА		7	0,25			
Итого:				72			

5. Образовательные технологии

Для проведения практико-ориентированных лекций используется сочетание традиционных методов обучения с интерактивными технологиями. Активизация деятельности студентов на лекции достигается во время проведения проблемных и дискуссионных лекций.

6. Методические указания по освоению дисциплины

Практические занятия проводятся в компьютерных аудиториях. Используются интерактивные технологии, информационные технологии и технологии развития критического мышления. В процессе практических занятий применяется проектор, материал занятий оформлен в виде презентаций, благодаря чему эффективно осуществляется процесс передачи и усвоения информации. На занятиях максимально активизируется самостоятельная работа студентов. Обучающимся необходимо выполнить индивидуальные задания, развивающие навыки будущей профессиональной деятельности. Предлагается найти решение задач с помощью информационных технологий. Задания, предусмотренные в курсе, выполняются на компьютерах при помощи математического пакета MathCad или других эконометрических пакетов. Студенты проверяют, анализируют, развивают, применяют полученную или найденную информацию, получая профессиональные умения и навыки.

7. Оценочные средства

7.1. Паспорт оценочных средств

Семестр	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
7	ПК-5	Практические работы №№ 1-3 Вопросы к экзамену № 1-25
7	ПК-5	Практические работы №№ 4-6 Вопросы к экзамену № 26-50
7	ПК-5	Практические работы №№ 7-8 Вопросы к экзамену № 51-75

7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

7.2.1. Комплект практических работ (наименование оценочного средства)

Практическая работа №1

Основы работы с программой «MathCAD»

Порядок выполнения практической работы №1.

Задание 1.

Вычислить:

1) $\sqrt{100}$; 2) $|-10|$; 3) $10!$ = .

Это и все остальные задания снабдить комментариями, используя команды "Text" → Create Text Region" или "Text" → "Create Text Paragraph".

Задание 2.

1) Определить переменные:

$a := 3.4$; $b := 6.222$; $c \equiv 0.149$; (причем переменную c – глобально).

2) Вычислить значения выражения:

$$Z := \frac{2ab + \sqrt[3]{c}}{\sqrt{(a^2 + b^{a+c}) \cdot c}}; N := e^{\sin c} \cdot \cos \frac{a}{b}.$$

3) С помощью команды "Math" → "Numerical Format" → "Displayed Precision" изменить точность отображения результатов вычисления глобально.

Задание 3.

Вывести на экран значение *системной константы* и установить максимальный формат её отображения *локально*.

Задание 4.

Выполнить следующие операции с комплексными числами:

$Z := -3 + 2i$; $|Z| =$; $Re(Z) =$; $Im(Z) =$; $arg(Z) =$; $\sqrt{Z} =$; $\sqrt{-5} =$; $2Z =$; $Z1 := 1 + 2i$; $Z2 := 3 + 4i$;
 $Z1 + Z2 =$; $Z1 - Z2 =$; $Z1 \cdot Z2 =$; $Z1/Z2 =$.

Задание 5.

Выполнить следующие операции:

$i := 1 \dots 10$; $\sum_i i =$; $\prod_i (i + 1) =$; $\int_0^{0.4} x^2 \cdot \lg(x + 2) dx =$; $\int_{0.8}^{12} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{(\sin 2x)^2} dx =$; $x := 2$; $\frac{d}{dx} x^5 =$;

$\frac{d}{dx} \sin(x) =$.

Задание 6.

Определить векторы d , S и R через дискретный аргумент i . Отобразить графически, таблично заданные функции $R_i(d_i)$ и $S_i(d_i)$, используя команду Graphics \rightarrow Create X-Y \rightarrow Plot. Чтобы оформить график, необходимо выполнить следующие команды.

i	d_i	S_i	R_i
0	0,5	3,3	2
1	1	5,9	3,9
2	1,5	7	4,5
3	2	6,3	3,7
4	2,5	4,2	1,2

- 1) Щелкнуть мышью на графике, чтобы выделить его, при этом MathCAD заменит меню Graphics на меню X-YPlot.
- 2) Выбрать X-YPlot \rightarrow Format (появится диалоговое окно "FormattingCurrentlySelectedX-YPlot") и отформатировать график так, чтобы в каждой узловой точке графика функции $S_i(d_i)$ стоял знак вида \square (Traces \rightarrow Symbol \rightarrow box), а график функции $R_i(d_i)$ отобразить в виде гистограммы (Trace \rightarrow type \rightarrow bar).
- 3) Нанести линии сетки на график (X-YAxes \rightarrow GridLines) и отобразить легенду (Traces \rightarrow HideLegend).

Задание 7.

Построить декартовы (X-Y Plot) и полярные (Polar Plot) графики следующих функций:

$$X(\alpha) := \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha);$$

$$Y(\alpha) := 1.5 \cos(\alpha)^2 - 1;$$

$$P(\alpha) := \cos(\alpha).$$

Для этого необходимо определить α как дискретный аргумент на интервале от 0 до 2π с шагом $\pi/30$.

Определить по графику X-Y Plot координаты любой из точек пересечения графиков $Y(\alpha)$ и $P(\alpha)$, для этого необходимо:

- 1) Выделить график и выбрать X-Y Plot \rightarrow Zoom (появится диалоговое окно "X-Y Zoom") для увеличения части графика в области точки пересечения;
- 2) На чертеже выделить пунктирным прямоугольником окрестность точки пересечения графиков $Y(\alpha)$ и $P(\alpha)$, которую нужно увеличить.
- 3) Нажать кнопку Zoom, чтобы перерисовать график.
- 4) Чтобы сделать это изображение постоянным, выбрать Акцепт.
- 5) Выбрать X-Y Plot \rightarrow Trace (появится диалоговое окно "X-Y Trace").
- 6) Внутри чертежа нажать кнопку мыши и переместить указатель мыши на точку, чьи координаты нужно увидеть.
- 7) Выбрать Copy X (или Copy Y), на свободном поле документа набрать $X_{per} :=$ (или $Y_{per} :=$) и выбрать пункт меню Edit \rightarrow Paste.
- 8) Вычислить значения функций $X(\alpha)$ и $Y(\alpha)$ при $\alpha := \pi/2$.

Задание 8.

Используя команду Math \rightarrow Matrices создать матрицу Q размером 6×6 , заполнить её произвольно и отобразить графически с помощью команды Graphics \rightarrow Create Surface Plot.

Задание 9.

Построить график поверхности (Surface Plot) и карту линий уровня (Contour Plot) для функции двух переменных:

$$X(t, \alpha) := t \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha).$$

- 1) Определить функцию $X(t, \alpha)$.
- 2) Задать на осях переменных t и α по 41 точке ($i := 0..40$, $j := 0..40$): для переменной t_i со значениями, изменяющимися от -5 до 5 с шагом 0.25 ($t_i := -5 + 0.25i$), а для переменной α_j – от 0 до 2π с шагом $\pi/20$ ($\alpha_j := \pi/20 \cdot j$).

3) Определить матрицу $M_{i,j} := X(t_i, a_j)$ и отобразить её графически.

4) С помощью команды Graphics → 3D Plot Format вызвать диалоговое окно "3D Plot Format" и изменить:

- характеристики просмотра (View → Rotation → Tilt),
- цвета и линии поверхности (Color&Lines → Shading),
- параметры осей (Axes),
- вид заголовка графика (Title).

Задание 10.

Используя переменную FRAME и команду Animation → Create, создать анимационные клипы с помощью данных приведенных в таблице:

Варианты задания 10

№ варианта	Переменные	Функции	FRAME	Тип графика
1	$x := 0, 0.1..30$	$f(x) := x + \text{FRAME}$	от 0 до 20	полярный (Polar Plot)
2	$i := 0.. \text{FRAME} + 1$	$g_i := 0,5 \cdot i \cdot \cos(i)$ $h_i := i \sin(i)$ $k_i := 2i$	от 0 до 50	трехмерный точечный график (3D Scatter Plot) границы на осях MinMax $x -50 \quad 50$ $y -50 \quad 50$ $z 0 \quad 50$
3	$i := 0..20$ $j := 0..20$	$f(x,y) := \sin(x^2 + y^2 + \text{FRAME})$ $x_i := -1,5 + 0,15i$ $y_j := -1,5 + 0,15j$	от 0 до 50	график поверхности (Surface Plot)
4	$r := \text{FRAME},$ $R := 6$ $m := 0..20$ $n := 0..20$	$x_{m,n} := (R + r \cos(v_n)) \cdot \cos(w_m)$ $y_{m,n} := (R + r \cos(v_n)) \sin(w_m)$ $z_{m,n} := r \sin(v_n)$	от 0 до 11	график параметрической поверхности (Surface Plot) (границы на всех осях установить от -11 до 11)
5	$r := \text{FRAME},$ $R := 6$ $m := 0..20$ $n := 0..20$	$x_{m,n} := (R + r \cos(v_n)) \cos(w_m)$ $y_{m,n} := (R + r \cos(v_n)) \sin(w_m)$ $z_{m,n} := r \sin(v_n)$	от 0 до 11	график параметрической поверхности (Surface Plot) (границы на всех осях установить от -11 до 11)

Практическая работа №2

Решение уравнений

Порядок выполнения практической работы №2

Задание 1.

- 1) Построить график функции $f(x)$ и приблизительно определить один из корней уравнения.
- 2) Решить уравнение $f(x) = 0$ с точностью $\varepsilon = 10^{-4}$:

- с помощью встроенной функции Mathcad *root*;
- методом Ньютона (касательных), используя функцию *until*;
- методом итераций, используя функцию *until*.

3) Определить число итераций в каждом методе, с помощью функции *last*.

Варианты задания 1

№ варианта	$f(x)$	№ варианта	$f(x)$
1	$3\sin \sqrt{x} + 0,35x - 3,8x;$ $x \in [2;3]$	9	$e^x - e^{-x} - 2;$ $x \in [0;1]$
2	$x - \frac{1}{3 + \sin 3,6x};$ $x \in [0;1]$	10	$\sqrt{1-x} - \operatorname{tg} x;$ $x \in [0;1]$
3	$\arccos x - \sqrt{1 - 0,3x^3};$ $x \in [0;1]$	11	$\sqrt{2x^2 + 1,2} - \cos x - 1;$ $x \in [0;1]$
4	$\sqrt{1 - 0,4x^2} - \arcsin x;$ $x \in [0;1]$	12	$\cos\left(\frac{2}{x}\right) - 2\sin\left(\frac{1}{x}\right) + \frac{1}{x};$ $x \in [1;2]$
5	$3x - 14 + e^x - e^{-x};$ $x \in [1;3]$	13	$0,1x^2 - x \cdot \ln x;$ $x \in [1;2]$
6	$0,25x^3 + x - 2;$ $x \in [0;2]$	14	$1 - x + \sin x - \ln(1+x);$ $x \in [0;2]$
7	$\arccos \frac{1-x^2}{1+x^2-x};$ $x \in [2;3]$	15	$e^{x-1} - x^3 - x;$ $x \in [0;1]$
8	$3x - 4\ln x - 5; \quad x \in [2;4]$		

Задание 2.

Для полинома $g(x)$ выполнить следующие действия:

- 1) С помощью команды Symbolic \rightarrow Polynomial Coefficients создать вектор V, содержащий коэффициенты полинома.
- 2) Решить уравнение $g(x) = 0$ с помощью функции *polyroots*.
- 3) Решить уравнение символично, используя команду Symbolic \rightarrow Solve for Variable.
- 4) разложить на множители, используя Symbolic \rightarrow Factor Expression.

Варианты задания 2

№ варианта	$g(x)$	№ варианта	$g(x)$
1	$x^4 - 2x^3 + x^2 - 12x + 20$	9	$x^4 + x^3 - 17x^2 - 45x - 100$
2	$x^4 + 6x^3 + x^2 - 4x - 60$	10	$x^4 - 5x^3 + x^2 - 15x + 50$
3	$x^4 - 14x^2 - 40x - 75$	11	$x^4 - 4x^3 - 2x^2 - 20x + 25$
4	$x^4 - x^3 + x^2 - 11x + 10$	12	$x^4 + 5x^3 + 7x^2 + 7x - 20$
5	$x^4 - x^3 - 29x^2 - 71x$	13	$x^4 - 7x^3 + 7x^2 - 5x + 100$
6	$x^4 + 7x^3 + 9x^2 + 13x - 30$	14	$x^4 + 10x^3 + 36x^2 + 70x + 75$
7	$x^4 + 3x^3 - 23x^2 - 55x - 150$	15	$x^4 + 9x^3 + 31x^2 + 59x + 60$
8	$x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 10x + 75$		

Задание 3.

Решить систему линейных уравнений:

- 1) используя функции *Find*;
- 2) матричным способом, используя функцию *lsolve*.

Варианты задания 3

вариант	Система линейных уравнений	вариант	Система линейных уравнений
1	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 8; \\ x_1 + 3x_3 = 6; \\ x_1 - x_2 + 3x_4 = 4; \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4. \end{cases}$	9	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = -4; \\ -3x_2 - 6x_4 = -7; \\ x_2 - x_3 + 2x_4 = 2; \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = -2. \end{cases}$
2	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 22; \\ x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 = 17; \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 8; \\ -2x_3 - 3x_4 = -7. \end{cases}$	10	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 26; \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 34; \\ x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 26; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 26. \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 + 10x_2 - 7x_3 - x_4 = 23; \\ x_1 - x_3 - 5x_4 = 37; \\ x_1 - 2x_3 + x_4 = 22; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 26. \end{cases}$	11	$\begin{cases} x_1 - 8x_2 - 3x_3 - 2x_4 = -18; \\ -2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 28; \\ x_1 + x_3 + x_4 = 10; \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 21. \end{cases}$
4	$\begin{cases} x_1 - x_2 + 10x_3 - x_4 = 158; \\ x_1 + x_2 + 10x_3 + 7x_4 = 128; \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 - x_4 = 7; \\ -12x_2 + 2x_3 - x_4 = 17. \end{cases}$	12	$\begin{cases} x_1 - x_2 + 4x_3 + x_4 = 66; \\ x_2 - 6x_3 + x_4 = -63; \\ x_1 - 3x_2 + 6x_3 - 5x_4 = 146; \\ x_1 - 7x_2 + 6x_3 - x_4 = 80. \end{cases}$
5	$\begin{cases} -2x_2 + 6x_3 + x_4 = 88; \\ x_1 + 2x_3 - 3x_4 = 88; \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 + 2x_4 = 181; \\ 3x_1 - 7x_2 + 5x_3 + 2x_4 = 99. \end{cases}$	13	$\begin{cases} x_1 - 3x_3 - 2x_4 = -16; \\ x_1 - x_2 + 13x_3 + 4x_4 = 213; \\ x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 = 72; \\ -12x_3 - 5x_4 = 159. \end{cases}$
6	$\begin{cases} -2x_2 - 8x_4 = -7; \\ x_1 + 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = -8; \\ x_1 + x_2 - 5x_3 + x_4 = -10; \\ x_1 - x_2 + 2x_4 = 7. \end{cases}$	14	$\begin{cases} x_1 + 7x_2 - 7x_3 - 2x_4 = 5; \\ x_1 + 4x_2 + 5x_3 + 8x_4 = 60; \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 = 27; \\ x_1 - 2x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$
7	$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 6x_3 + x_4 = 15; \\ x_2 + 2x_3 + x_4 = 18; \\ x_1 - 3x_2 + x_3 - 5x_4 = 37; \\ x_1 - 5x_2 + x_3 - x_4 = 30. \end{cases}$	15	$\begin{cases} x_1 - 9x_2 + 5x_3 + x_4 = 124; \\ x_2 - 5x_3 - x_4 = -54; \\ x_1 - 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 83; \\ x_1 - 9x_2 + x_3 + 6x_4 = 45. \end{cases}$
8	$\begin{cases} x_1 - 5x_2 + 7x_3 + 5x_4 = 165; \\ x_1 + x_2 - 3x_3 - x_4 = -15; \\ x_1 + 4x_3 - x_4 = 194; \\ -x_2 - 2x_3 - 3x_4 = -19. \end{cases}$		

Задание 4.

- 1) Преобразовать нелинейные уравнения системы к виду $f_1(x) = y$ и $f_2(y) = x$.
- 2) Построить их графики и определить начальное приближение решения.
- 3) Решить систему нелинейных уравнений, используя функцию *Minerr*.

Варианты задания 4

вариант	Система нелинейных уравнений	вариант	Система нелинейных уравнений
---------	------------------------------	---------	------------------------------

1	$\begin{cases} ix + 2y = 2, \\ is(y - 1) + x = 0,7; \end{cases}$	9	$\begin{cases} iy + x = -0,4, \\ -Cos(x + 1) = 0; \end{cases}$
2	$\begin{cases} i(x + 0,5) - y = 1, \\ is(y - 2) + x = 0; \end{cases}$	10	$\begin{cases} i(x + 2) - y = 1,5; \\ is(y - 2) + x = 0,5; \end{cases}$
3	$\begin{cases} isx + y = 1,5; \\ -Sin(y - 0,5) = 1; \end{cases}$	11	$\begin{cases} is(x + 0,5) - y = 2; \\ iy - 2x = 1; \end{cases}$
4	$\begin{cases} is(x + 0,5) + y = 0,8; \\ iy - 2x = 1,6; \end{cases}$	12	$\begin{cases} is(x - 2) + y = 0; \\ i(y + 0,5) - x = 1; \end{cases}$
5	$\begin{cases} i(x - 1) = 1,3 - y; \\ -Sin(y + 1) = 0,8; \end{cases}$	13	$\begin{cases} is(x + 0,5) + y = 1; \\ i(y + 0,5) - x = 1; \end{cases}$
6	$\begin{cases} is(x + 0,5) + y = 1; \\ iy - 2x = 2; \end{cases}$	14	$\begin{cases} ix - 2y = 1; \\ is(y + 0,5) - x = 2; \end{cases}$
7	$\begin{cases} iin(x + 1) + y = 0,8; \\ i(y - 1) + x = 1,3; \end{cases}$	15	$\begin{cases} -Sin(x - 0,5) = 1; \\ isy + x = 1,5; \end{cases}$
8	$\begin{cases} ix - 2y = 1; \\ i(y - 1) + x = 1,3; \end{cases}$		

Задание 5.

Символьно решить системы уравнений:

$$\begin{cases} + 4\pi y = a; \\ + y = b. \end{cases}$$

$$\begin{cases} - \pi z = a; \\ - z = b; \\ + x = c. \end{cases}$$

Практическая работа №3

Интерполяция и предсказание

Порядок выполнения практической работы №3

Задание 1.

Вычислить значения заданной функции $y_i = f(x_i)$ в узлах интерполяции $x_i = a + h_i$, где

$$h = \frac{(b - a)}{10}, i = 0, 1, \dots, 10, \text{ на отрезке } [a, b].$$

Варианты заданий 1...7

№ варианта	$f(x)$	$[a; b]$	№ варианта	$f(x)$	$[a; b]$
1	$Sinx^2$	[0;2]	9	$x \cdot Cos(x + \ln(1 + x))$	[1;5]
2	$Cosx^2$	[0;2]	10	$10 \cdot \ln \frac{2x}{1+x}$	[1;5]
3	e^{sinx}	[0;5]	11	$Sinx^2 \cdot e^{-(x/2)}$	[0;3]
4	$\frac{1}{0,5 + x^2}$	[0;2]	12	$Cos(x + Cos^3x)$	[0;2]

5	$e^{(x+\sin x)}$	[2;5]	13	$\cos(x + e^{\cos x})$	[3;6]
6	$\frac{1}{(1 + e^{-x})}$	[0;4]	14	$\cos(2x + x^2)$	[0;1]
7	$\sin(x + e^{\sin x})$	[0;3]	15	$e^{\cos x} \cdot \cos x^2$	[0;2]
8	$e^{-(x+1/x)}$	[1;3]			

Задание 2.

По вычисленной таблице (x_i, y_i) провести параболическую интерполяцию.

- 1) Для нахождения коэффициентов искомого полинома (3.1) необходимо составить систему линейных алгебраических уравнений (3.3).
- 2) Систему уравнений решить матрично с использованием функции *lsolve*.
- 3) Построить график интерполяционного многочлена и отметить на нем узловые точки (x_i, y_i) .

Задание 3.

- 1) Для вычисленной табличной функции составить формулу интерполяционного многочлена Лагранжа, используя операторы суммирования и перемножения по дискретному аргументу, а также функцию *if*.
- 2) Построить график интерполяционного многочлена и отметить на нем узловые точки (x_i, y_i) .

Задание 4.

- 1) Провести интерполирование заданной функции с помощью первой и второй интерполяционных формул Ньютона.
- 2) Построить графики интерполяционных многочленов и отметить на нем узловые точки (x_i, y_i) .

Задание 5.

- 1) Провести линейную интерполяцию заданной функции с помощью встроенной интерполяционной функции *linterp*.
- 2) Построить график функции *linterp* и отметить на нем узловые точки (x_i, y_i) .

Задание 6.

- 1) Провести сплайн-интерполяцию с помощью функций *lspline*, *pspline*, *cspline* и *interp*.
- 2) Построить график функции *interp* и отметить на нем узловые точки (x_i, y_i) .

Задание 7.

- 1) Вычислить значения заданной функции $y_i = f(x_i)$ в точках $x_i = a + i/10$, где $i = 0, 1, \dots, 10(b - a)$, на отрезке $[a, b]$.
- 2) С использованием функции *predict* выполнить предсказание (экстраполяцию) полученного вектора данных y_i в последующих 10 точках по последним 7 значениям функции.
- 3) Отобразить графически имеющиеся данные, предсказанные данные и истинный вид функции $f(x)$.

Практическая работа №4

Математическая обработка результатов экспериментальных данных

Порядок выполнения практической работы №4

Задание 1.

Создайте таблицу экспериментальных данных:

$$x_i = a + h_i, i = 0, 1, \dots, 10, h = \frac{b - a}{10}, \text{ на отрезке } [a, b].$$

Варианты задания 1

№ варианта	y_i	$[a; b]$
1	2,86; 2,21; 2,96; 3,27; 3,58; 3,76; 3,93; 3,67; 3,90; 3,64; 4,09	[0; 1]
2	1,14; 1,02; 1,64; 1,64; 1,96; 2,17; 2,64; 3,25; 3,47; 3,89; 3,36;	[-1; 1]
3	4,70; 4,64; 4,57; 4,45; 4,40; 4,34; 4,27; 4,37; 4,42; 4,50; 4,62	[2; 4]
4	0,43; 0,99; 2,07; 2,54; 1,67; 1,29; 1,24; 0,66; 0,43; 0,35; 0,70	[2; 4]

5	1,55; 1,97; 1,29; 0,94; 0,88; 0,09; 0,02; 0,84; 0,81; 0,09; 0,15	[1; 4]
6	3,24; 1,72; 1,95; 2,77; 2,47; 0,97; 1,75; 1,55; 0,12; 0,70; 1,19	[0; 4]
7	2,56; 1,92; 2,85; 2,94; 2,39; 2,16; 2,51; 2,10; 1,77; 2,28; 1,70	[-1; 2]
8	1,77; 0,92; 2,21; 1,50; 3,21; 3,46; 3,70; 4,02; 4,36; 4,82; 4,03	[-1; 3]
9	1,53; 0,45; 1,68; 0,12; 0,68; 2,36; 2,58; 2,53; 3,45; 2,70; 2,82	[4; 8]
10	2,50; 3,90; 3,54; 4,63; 3,87; 5,25; 4,83; 3,24; 3,08; 3,00; 4,70	[0; 5]
11	2,95; 3,38; 2,71; 2,37; 2,29; 2,75; 2,76; 2,74; 2,57; 2,40; 2,99	[1; 5]
12	-0,23; -0,03; -0,98; -0,97; -0,43; -0,91; -0,27; -0,19; 0,88; 1,06; 0,72	[2; 4]
13	2,36; 0,03; -0,38; -1,33; 0,25; -1,36; 0,95; 3,16; 4,03; 4,92; 4,20	[0; 2]
14	3,82; 4,07; 3,53; 4,83; 5,53; 5,04; 5,09; 5,87; 5,53; 4,72; 4,73	[3; 4]
15	2,35; 2,16; 2,39; 2,39; 2,18; 2,09; 2,44; 2,56; 3,35; 3,22; 2,65	[-3; 4]

Задание 2.

- 1) Аппроксимировать многочленами 2-ой и 6-ой степени по методу наименьших квадратов функцию, заданную таблицей значений x_i и y_i и сравнить качество приближений.
- 2) Построить графики многочленов и отметить узловые точки (x_i, y_i) .

Задание 3.

- 1) Для приведенных в таблице экспериментальных данных (x_i, y_i) определить параметры линейной регрессии с использованием встроенных функций Mathcad *slope* и *intercept*.
- 2) Отобразить графически совокупность точек векторов x_i и y_i и результаты проведенной линейной регрессии.

Задание 4.

- 1) Аппроксимировать данные из векторов x_i и y_i :
– полиномом 4-ой степени при помощи функций *regress* и *interp*;
– наборами полиномов второго порядка с помощью функций *loess* и *interp* (при *span* равном 0,5 и 2,5).
- 2) Отобразите графически результаты аппроксимации.

Задание 5.

- 1) Аппроксимировать экспериментальные данные из таблиц значений x_i и y_i линейной комбинацией функций:

$$f(x) = a_1 f_1(x) + a_2 f_2(x) + a_3 f_3(x).$$

- 2) Коэффициенты вектора a найти с помощью функции *linfit*.
- 3) Отобразить графически совокупность точек векторов x_i и y_i и результаты проведенной линейной регрессии общего вида.

Варианты задания 5

№ варианта	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
1	e^x	$\frac{1}{\sqrt{1+2\cos^2 x}}$	$\sin x$
2	$\frac{1}{1+x^2}$	e^x	$\sin(3x)$
3	$\frac{1}{1+x^2}$	$e^{\sin x}$	x
4	$\arctg x$	$\ln \ln x$	$\sin x$
5	$e^{-x^2/2}$	$\frac{1}{x}$	e^{-x}
6	$\frac{1+x}{2+x}$	$\cos \frac{x}{10}$	$\cos x$

7	$\frac{1}{1+e^{x^2}}$	$\sqrt{1+x^2}$	$\cos x$
8	$\cos \frac{x}{2}$	$2 - \cos x$	$\sin \frac{x}{2}$
9	$\frac{1}{1+e^x}$	$\arctg \sqrt{x}$	$\sin 3x$
10	$\ln(x+5)$	$\sqrt{1+x}$	$\sin x$
11	$\frac{1}{x}$	$\sqrt{1+x}$	$\frac{1}{x^2}$
12	$\cos x$	$\frac{1}{1+x+x^2}$	$\frac{1}{1+x}$
13	e^x	$\cos 4x$	$-e^{x/2}$
14	$\sqrt{1+e^{-x}}$	$e^{x/3}$	$\sin^2(3x)$
15	$\frac{1}{1+x+x^2}$	$\cos \frac{x}{10}$	$\cos \frac{x}{10}$

Задание 6.

1) Аппроксимировать экспериментальные данные из таблиц значений x_i и y_i функцией вида:

$$f(x) = e^{U_0 + U_1 \cdot x + U_2 \cdot x^2}.$$

2) Параметры вектора u найти с помощью функции *genfit*.

3) Отобразить графически совокупность точек векторов x_i и y_i и результаты проведенной нелинейной регрессии общего вида.

Задание 7.

1) Выполнить сглаживание экспериментальной функции, заданной таблицей значений x_i и y_i , с помощью встроенных функций Mathcad: *medsmooth*, *ksmooth* и *supsmooth*.

2) Результаты сглаживания отобразить графически.

Практическая работа №5

Численное интегрирование и дифференцирование

Порядок выполнения практической работы №5

Задание 1.

Определить функцию $f(x)$ таблично, вычислив значения $y_i = f(x_i)$ в точках $x_i = a + h_i$; $i = 0, 1, \dots, 8$;

$$h = \frac{b-a}{8} \text{ на отрезке } [a, b].$$

Варианты задания 1

№ варианта	$f(x)$	$[a; b]$	$[c; d]$
1	$\frac{1}{\lg 2x+1}$	[0,4; 0,8]	[2, 2;1]
2	$\frac{\cos 3x}{(1 - \cos 3x) \cdot 2}$	[0,8; 1,6]	[-1; -0,9]
3	$\frac{1}{x\sqrt{x^3+4}}$	[0,18; 0,98]	[0,5; 0,6]

4	$\frac{\sin x}{1 + \sin x}$	[0,8; 1,6]	[2; 2,1]
5	$x^{2\lg(x+2)}$	[0; 0,4]	[1,5; 1,6]
6	$x^{2 \cdot \operatorname{arctg}(x/3)}$	[0,8; 1,6]	[1; 1,1]
7	$e^{2x} \cdot \sin 3x$	[0,4; 1,2]	[2; 2,1]
8	$\frac{\operatorname{ctg} 2x}{(\sin 2x)^2}$	[0,8; 1,2]	[1; 1,1]
9	$(x+1) \cdot \sin x$	[1; 5]	[1; 1,1]
10	$5x + x \cdot \lg x$	[0,2; 1]	[1,3; 1,4]
11	$(2x+3) \cdot \sin x$	[0,4; 1,2]	[0,5; 0,6]
12	$\frac{\cos x}{2x+5}$	[0,4; 1,2]	[1; 1,1]
13	$\frac{1}{1+x+x^2}$	[0; 4]	[2; 2,1]
14	$\frac{1+x}{2+x}$	[0,4; 0,8]	[1,5; 1,6]
15	$\sqrt{1+e^{-x}}$	[0,4; 1,2]	[0,5; 0,6]

Задание 2.

Вычислить интеграл: $\int_a^b f(x)dx$:

- 1) с помощью встроенного оператора интегрирования;
- 2) по формуле прямоугольников;
- 3) по формуле Симпсона;
- 4) с помощью встроенного оператора интегрирования и интерполяцией табличной функции кубическим сплайном (функции *cspline* и *interp*);
- 5) методом неопределенных коэффициентов для численного интегрирования.

Задание 3.

Вычислить интеграл $\int_a^b f(x)dx$ методом Монте-Карло. Для этого необходимо:

- 1) определить диапазон случайных чисел, например $j = 0 \dots 1000$;
- 2) определить с помощью функции *rnd* равномерно распределенную случайную величину η_j на отрезке интегрирования $[a, b]$;
- 3) создать вектор $F_j = f(\eta_j)$;
- 4) с помощью функции *mean* вычислить интеграл.

Задание 4.

Найти первообразную аналитически заданной функции $f(x)$, используя команду Symbolic \rightarrow Integrate on Variable.

Задание 5.

Вычислить значения первой и второй производных функции $f(x)$ в точке $X = c$:

- 1) с помощью операторов дифференцирования Mathcad;
- 2) методом неопределенных коэффициентов для численного дифференцирования.
- 3) Определить функцию $f(x)$ таблично, вычислив значения $y_i = f(x_i)$ в точках $x_i = c + h \cdot i$, $i = 0, 1, \dots, 10$, $h = 0,01$ на отрезке $[c, d]$.

Задание 6.

Определить символьное значение первой и второй производных $f(x)$, используя команду Symbolic → Differentiate on Variable.

Практическая работа №6

Решение обыкновенных дифференциальных уравнений

Порядок выполнения практической работы №6

Задание 1.

Решить задачу Коши: $\frac{\partial y}{\partial x} = f(x, y)$, $y(0) = 1$, с шагом $h = 0,1$ на отрезке $[0; 1]$:

- методом Эйлера;
- методом Рунге-Кутты (коэффициенты k_i задать как функции от x и y);
- методом Адамса;
- используя функцию *rkfixed*.

Варианты задания 1

№ варианта	$f(x, y)$	№ варианта	$f(x, y)$	№ варианта	$f(x, y)$
1	$x + y$	6	$2y - \cos 2x$	11	$2y + 3e^{-x}$
2	$2x^2 + 2y$	7	$y - e^{x^2} + 2$	12	$\frac{y}{2} - e^{-x}$
3	$e^x - 3y$	8	$3y - 2 \cdot \sin x$	13	$y + \frac{\cos x}{3}$
4	$y - \sin x$	9	$e^{2x} - y$	14	$y - 4x + 5$
5	$\frac{y}{3} - x^2$	10	$2 \cdot \sin x + y$	15	$2x - \frac{y}{3} - e^x$

Задание 2.

Построить графики решений, полученных методами Эйлера, Рунге-Кутты, Адамса с помощью функции *rkfixed*. Вычислить в точке $x = 1$ относительную погрешность для каждого метода.

Задание 3.

Найти аналитическое (точное) решение ОДУ из задания 1 с помощью преобразований Лапласа (команды Symbolic → Transforms → Laplace Transform и InverseLaplaceTransform).

Задание 4.

Решить задачу Коши для системы ОДУ при заданных начальных условиях на отрезке $[0; 2]$ с шагом $h = 0,2$. Решать с помощью функции *rkfixed*. Построить графики функций $u(t)$ и $v(t)$.

Варианты задания 4

№ варианта	Система обыкновенных дифференциальных уравнений	Начальные условия			
		$u(0)$	$u'(0)$	$v(0)$	$v'(0)$
1	$\begin{cases} u' = 2v + u; \\ v' = 4v - 2u. \end{cases}$	1,5	1,5	1	1
2	$\begin{cases} u' = -v + 3u; \\ v' = v - 2u. \end{cases}$	-1	1	-1,5	3
3	$\begin{cases} u' = 2v - u; \\ v' = 4v + u. \end{cases}$	1,5	1,5	1	1
4	$\begin{cases} u' = 5v; \\ v' = v + 2u + t. \end{cases}$	1	1,5	0	2
5	$\begin{cases} u' = v + u + t; \\ v' = v + 2u - t. \end{cases}$	0,5	1,5	-1	2

6	$\begin{cases} v' = 2v + u + t; \\ v' = 4v. \end{cases}$	0,5	2	1	2
7	$\begin{cases} v' = -v + t; \\ v' = 5v - 7u. \end{cases}$	5	5	-1	1
8	$\begin{cases} v' = v - 5u; \\ v' = 2v + u + t. \end{cases}$	1,5	1	3	1
9	$\begin{cases} v' = 0,5 + v; \\ v' = 4 - u + t. \end{cases}$	2	0	-1	1
10	$\begin{cases} v' = -v + t; \\ v' = v + 3u. \end{cases}$	-1	2	-1,5	0
11	$\begin{cases} v' = v - u - t; \\ v' = 2v + u. \end{cases}$	1,5	1,5	-1	-1
12	$\begin{cases} v' = 5v + t; \\ v' = 3v + u. \end{cases}$	-1	1,5	0	-2
13	$\begin{cases} v' = v + u; \\ v' = v + u - t. \end{cases}$	-0,5	1	-1	2
14	$\begin{cases} v' = 2v - u; \\ v' = 4v + t. \end{cases}$	0	-2	0	2
15	$\begin{cases} v' = v - 2t; \\ v' = v + 3u. \end{cases}$	3	3	-1	1

Задание 5.

На отрезке $[a; b]$ с использованием функций *load*, *score* и *sbval* преобразовать краевую задачу:

$\frac{d^2 y}{dx^2} = f(x, y, y')$, при граничных условиях $y(a) = A$, $y(b) = B$ к задаче Коши и найти решение

заданного ОДУ в 10 промежуточных точках с помощью функции *rkfixed*.

Варианты задания 5

№ варианта	$f(x, y, y')$	Граничные условия			
		a	b	$y(a)$	$y(b)$
1	$e^x y + \cos x$	1	2	0	0
2	$y \sin x + e^{-x}$	2	3	1	0
3	$y \cos x + \operatorname{tg} x$	0	1	0	0,45
4	$x^3 y + \cos x$	0	1	1	0
5	$\frac{x + e^x y}{1 - x}$	2	4	1	0,14
6	$\frac{x^2 y + 1}{1 + x}$	1	3	0	0,17
7	$y \cos x + \cos^2 x$	1	2	0	0
8	$(2 + x) y + \operatorname{arctg} x$	0	3	0	0,22
9	$(5 - x) y + x$	2	4	0	-1,2
10	$e^{-x} y + 2 e^{-x}$	0	1,5	2,4	0
11	$\frac{e^{-x} y}{x} + x$	-3	-2	3	0
12	$(x^2 + \frac{1}{x}) \cdot y + \frac{1}{x^2}$	2	3	0	0
13	$(10 - x) y + x$	-1	0	2	0
14	$\frac{y}{x^2} + x$	1	3	1,5	0

15	$y \ln x + 1 + x$	7	8	0	0
----	-------------------	---	---	---	---

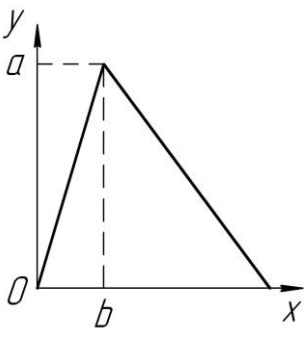
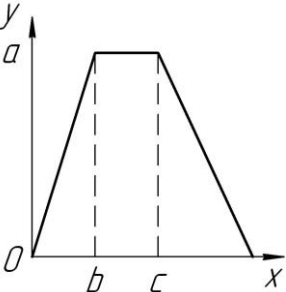
Практическая работа №7

Решение дифференциальных уравнений в частных производных

Порядок выполнения практической работы №7

Задание 1.

Варианты задания 1

№ варианта	$f(x)$	a	b	c
1		1	0,1	
2		2	0,1	
3		4	0,2	
4		6	0,3	
5		8	0,4	
6	$x(x^2 - 1)$			
7	$\sin(\pi x^2)$			
8	$\sin(\pi x) \cdot \cos x$			
9	$x \cdot \sin 2(x - 1)$			
10	$4x^3 \cdot (x - 1)$			
11		1	0,1	0,2
12		3	0,2	0,4
13		5	0,4	0,6
14		7	0,6	0,8
15		9	0,8	0,9

Решить задачу о колебании струны единичной длины с закрепленными концами:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad a = 1;$$

с начальными условиями:

$$u(x, 0) = f(x),$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0, \quad 0 \leq x \leq 1;$$

и нулевыми граничными условиями: $u(0, t) = u(1, t) = 0$.

Для решения задачи построить сетку из 11 узлов по x ($i = 0, 1, \dots, 10$) и провести вычисления для 16 слоёв по t ($j = 0, 1, \dots, 16$). Вычисления выполнить с шагом h по x , равным 0.1 и шагом τ по t , равным 0,05. Отобразить графически решение задачи на 0-м, 5-м, 10-м и 16-м временных слоях.

Задание 2.

Найти решение $u(x, t)$ для уравнения теплопроводности с постоянными коэффициентами:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad a = 1;$$

с начальными условиями:

$$u(x, 0) = f(x), 0 \leq x \leq 1;$$

и граничными условиями:

$$u(0, t) = a,$$

$$u(1, t) = b.$$

Для решения задачи построить сетку из 11 узлов по x ($i = 0, 1, \dots, 10$) и провести вычисления для 12 слоёв по t ($j = 0, 1, \dots, 12$). Вычисления выполнить с шагом h по x , равным 0,1 и шагом τ по t , равным 0,005. Отобразить графически решение задачи на 0-ом, 4-ом, 8-ом и 12-ом слоях и построить интегральную поверхность распределения температуры в стержне с помощью команды Graphics \rightarrow Create Surface Plot.

Варианты задания 2

№ варианта	$f(x)$	a	b	№ варианта	$f(x)$	a	b
1	$x(x-1)$	0	0	9	$(x^2+0,5) \cdot \cos(2\pi x)$	0,5	1,5
2	$x^3 + x^2 - x$	0	1	10	$\sin(\pi x) \cdot \cos x$	0	0
3	$x^2(1-x)$	0	0	11	$x \cdot \sin(2(x-1))$	0	0
4	$x^2(1-x)$	1	0	12	$\ln(0,5+x) \cdot (x-1)$	0,7	0
5	$x \cdot \sin(2\pi x)$	0	-0,3	13	$x \cdot \sin(4(x-1)) - x$	0	-1
6	$(x-1) \cdot \sin^2 x$	0	0	14	$x \cdot \cos(2\pi x)$	0	1
7	$4x^2(x-1)$	0	0,5	15	$x \cdot e^{-x}(x^4-2)$	0	-0,4
8	$10x^3(x-1)$	0	0,5				

Задание 3.

Найти стационарное распределение температуры в квадратной пластине со стороной 1, описываемое уравнением Лапласа:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0;$$

с краевыми условиями вида:

$$u(0, y) = f_1(y), (0 \leq y \leq 1);$$

$$u(1, y) = f_2(y), (0 \leq y \leq 1);$$

$$u(x, 0) = f_3(x), (0 \leq x \leq 1);$$

$$u(x, 1) = f_4(x), (0 \leq x \leq 1).$$

Решать задачу с помощью функции *relax*. Для решения задачи построить сетку из 11 узлов по x ($i = 0, 1, \dots, 10$) и из 11 узлов по y ($j = 0, 1, \dots, 10$). Отобразить графически с помощью команды Graphics \rightarrow Create Contour Plot стационарное распределение температуры в пластине.

Варианты задания 3

№ варианта	$f_1(y)$	$f_2(y)$	$f_3(x)$	$f_4(x)$
1	y^2	$\cos y + (2 - \cos 1)y$	x^3	$1 + x$
2	$e^y - ey^2$	y	$1 - x^3$	x^2
3	$1 - y^2$	y	$\sin x + 1 - x^3(1 + \sin 1)$	x
4	0	y	$\sin x - x^3 \cdot \sin 1$	x
5	$e^y + y^2(1 - e) - 1$	y	0	x
6	y^2	$\cos y + (3 - \cos 1)y$	x^3	$1 + 2x$
7	0	y	$\sin x - x^3 \cdot \sin 1$	x^2
8	$2ey - (1 + 2e)y^2 - 1$	$-y$	$1 - x^3$	$x - 2$
9	$-10y^2 - 8y + 6$	$-10y^2 - 30y + 22$	$9x^2 + 7x + 6$	$9x^2 - 15x - 12$
10	$-7y^2 - 5y + 3$	$-7y^2 - 21y + 13$	$6x^2 + 4x + 3$	$6x^2 - 12x - 9$

11	1	$y + 1$	1	$1 + x$
12	1	e^y	1	e^x
13	$-y^2 - 5y$	$4 + 5y - y^2$	$x^2 + 3x$	$x^2 + 3x + 4$
14	$3 - 7y$	$7 - 6y$	$4x + 3$	$5x - 4$
15	0	$\sin y$	0	$\sin x$

Практическая работа №8

Спектральный анализ и синтез

Порядок выполнения практической работы №8

Задание 1.

- 1) Вычислить первые шесть пар коэффициентов разложения в ряд Фурье функции $f(t)$ на отрезке $[0, 2\pi]$.
- 2) Построить графики 1, 2 и 3 гармоник.
- 3) Выполнить гармонический синтез функции $f(t)$ по 1, 2 и 3 гармоникам. Результаты синтеза отобразить графически.

Варианты задания 1

№ варианта	$f(t)$	№ варианта	$f(t)$	№ варианта	$f(t)$
1	$\frac{\cos t}{1 + \cos^2 2t}$	6	$\cos t \cdot \cos \sin t $	11	$\sin(\sqrt{1 + t^2})$
2	$\frac{\sin t}{1 + \cos^2 2t}$	7	$\arctg(\cos 0,5t)$	12	$\cos(\sqrt{1 + t^2})$
3	$\frac{\sin 2t + \sin^2 3t}{3 + \sin t + \cos 2t}$	8	$e^{\sin \frac{t}{3}}$	13	$e^{-10(t-\pi)^2}$
4	$\frac{\sin 3t}{ \sin t + \cos t }$	9	$\sin t + \sin 2t $	14	$e^{\cos \frac{t}{3}}$
5	$\cos e^{ \sin 3t }$	10	$\sin\left(\frac{t}{2}\right)^2$	15	$e^{-\cos \frac{t}{2}} \cos(\sin t)$

Задание 2.

- 1) Выполнить классический спектральный анализ и синтез функции $f(t)$.
- 2) Отобразить графически спектры амплитуд и фаз, результат спектрального синтеза функции $f(t)$.

Задание 3.

- 1) Выполнить численный спектральный анализ и синтез функции $f(t)$. Для этого необходимо задать исходную функцию $f(t)$ дискретно в 32 отсчётах.
- 2) Отобразить графически спектры амплитуд и фаз, результат спектрального синтеза функции $f(t)$.

Задание 4.

Выполнить спектральный анализ и синтез функции $f(t)$ с помощью БПФ. Для этого необходимо:

- 1) задать исходную функцию $f(t)$ дискретно в 128 отсчётах;
- 2) выполнить прямое БПФ с помощью функции fft и отобразить графически найденные спектры амплитуд и фаз первых шести гармоник;
- 3) выполнить обратное БПФ с помощью функции ifft и отобразить графически результат спектрального синтеза функции $f(t)$.

Задание 5.

Выполнить фильтрацию функции $f(t)$ с помощью БПФ:

- 1) синтезировать функцию $f(t)$ в виде полезного сигнала, представленного 128 отсчетами вектора v ;
- 2) к полезному сигналу v присоединить шум с помощью функции rnd ($rnd(2)-1$) и сформировать вектор из 128 отсчетов зашумленного сигнала s ;
- 3) преобразовать сигнал с шумом s из временной области в частотную, используя прямое БПФ (функция fft). В результате получится сигнал f из 64 частотных составляющих;
- 4) выполнить фильтрующее преобразование с помощью функции Хевисайда (параметр фильтрации $\alpha = 2$);
- 5) с помощью функции $ifft$ выполнить обратное БПФ и получить вектор выходного сигнала h ;
- 6) построить графики полезного сигнала v и сигнала, полученного фильтрацией зашумленного сигнала s .

Типовой пример задания

Практическая работа № 1.

Задание:

1. Изучить теоретический материал.
2. Оформить отчет в виде файла формата «MathCAD» (расширение файла *.mcd).

Цель задания: формирование общего представления работы с программой «MathCAD».

Алгоритм выполнения проверяемого задания

1.1. Задание выполняется для всех вариантов. Вычислить:

$$\sqrt{100}; |-10|; 10!.$$

Решение:

$$\sqrt{100} = 10 \quad |-10| = 10 \quad 10! = 3628800$$

1.2. Задание выполняется для всех вариантов. Определить переменные:

$$a := 3.4; b := 6.222; c \equiv 0.149.$$

Решение:

$$a := 3.4 \quad b := 6.222 \quad c := 0.149$$

1.3. Задание выполняется для всех вариантов. Вычислить:

$$Z := \frac{2ab + \sqrt[3]{c}}{\sqrt{(a^2 + b^{a+c}) \cdot c}}; N := e^{\sin c} \cdot \cos \frac{a}{b}.$$

Решение:

$$Z := \frac{2 \cdot a \cdot b + \sqrt[3]{c}}{\sqrt{(a^2 + b^{a+c}) \cdot c}} = 4.292$$

$$N := e^{\sin(c)} \cdot \cos\left(\frac{a}{b}\right) = 0.991$$

1.4. Задание выполняется для всех вариантов. Выполнить следующие операции с комплексными числами:

$$Z := -3 + 2i; |Z| = ; Re(Z) = ; Im(Z) = ; arg(Z) = ; \sqrt{Z} = ; \\ 2Z = ; Z1 := 1 + 2i; Z2 := 3 + 4i; Z1 + Z2 = ; Z1 - Z2 = ; Z1 \cdot Z2 = ; Z1/Z2 = .$$

Решение:

$$\underline{Z} := -3 + 2i$$

$$|Z| = 3.606$$

$$\operatorname{Re}(Z) = -3$$

$$\operatorname{Im}(Z) = 2$$

$$\arg(Z) = 2.554$$

$$\sqrt{Z} = 0.55 + 1.817i$$

$$2 \cdot Z = -6 + 4i$$

$$Z1 := 1 + 2i$$

$$Z2 := 3 + 4i$$

$$Z1 + Z2 = 4 + 6i$$

$$Z1 - Z2 = -2 - 2i$$

$$Z1 \cdot Z2 = -5 + 10i$$

$$\frac{Z1}{Z2} = 0.44 + 0.08i$$

1.5.Задание выполняется для всех вариантов. Выполнить следующие операции:

$$i := 1 \dots 10; \sum_i i = ; \prod_i (i + 1) = ; \int_0^{0.4} x^2 \cdot \lg(x + 2) dx = ; \int_{0.8}^{12} \frac{\operatorname{ctg} 2x}{(\sin 2x)^2} dx = ;$$

$$x := 2; \frac{d}{dx} x^5 = ; \frac{d}{dx} \sin(x) = .$$

Решение:

$$i := 1 \dots 10$$

$$\sum_i i = 55$$

$$\prod_i (i + 1) = 39916800$$

$$\int_0^{0.4} x^2 \cdot \log(x + 2) dx = 7.711 \times 10^{-3}$$

$$\int_{0.8}^{12} \frac{\cot(2 \cdot x)}{\sin(2 \cdot x)^2} dx = \blacksquare \quad \text{- несобственный интеграл, расходится}$$

This calculation does not converge to a solution.

$$x := 2$$

$$\frac{d}{dx} x^5 = 80$$

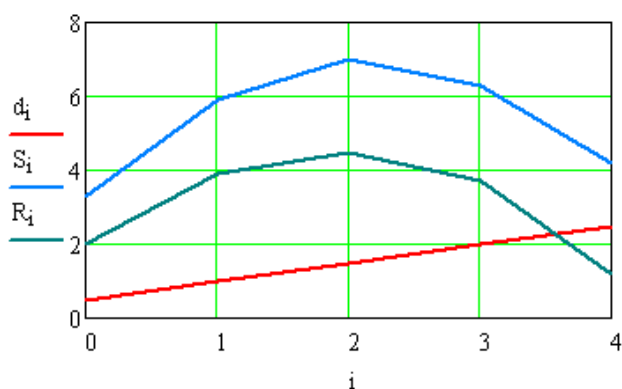
$$\frac{d}{dx} \sin(x) = -0.416$$

1.6. Задание выполняется для всех вариантов. Определить векторы d , S и R и отобразить их графически.

i	d_i	S_i	R_i
0	0,5	3,3	2
1	1	5,9	3,9
2	1,5	7	4,5
3	2	6,3	3,7
4	2,5	4,2	1,2

Решение:

$$i := 0..5 \quad d := \begin{pmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 1.5 \\ 2 \\ 2.5 \end{pmatrix} \quad S := \begin{pmatrix} 3.3 \\ 5.9 \\ 7 \\ 6.3 \\ 4.2 \end{pmatrix} \quad R := \begin{pmatrix} 2 \\ 3.9 \\ 4.5 \\ 3.7 \\ 1.2 \end{pmatrix}$$



1.7. Задание выполняется для всех вариантов. Построить графики следующих функций:

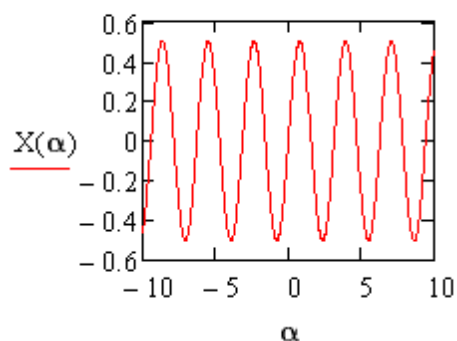
$$X(\alpha) := \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha);$$

$$Y(\alpha) := 1.5 \cos(\alpha)^2 - 1;$$

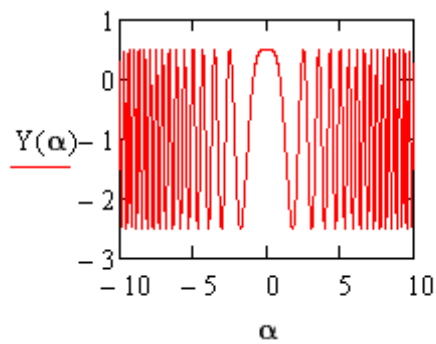
$$P(\alpha) := \cos(\alpha).$$

Решение:

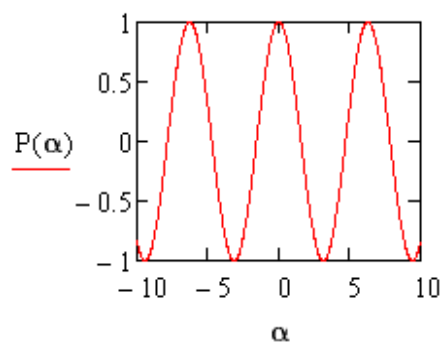
$$X(\alpha) := \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)$$



$$Y(\alpha) := 1.5 \cdot \cos(\alpha^2) - 1$$



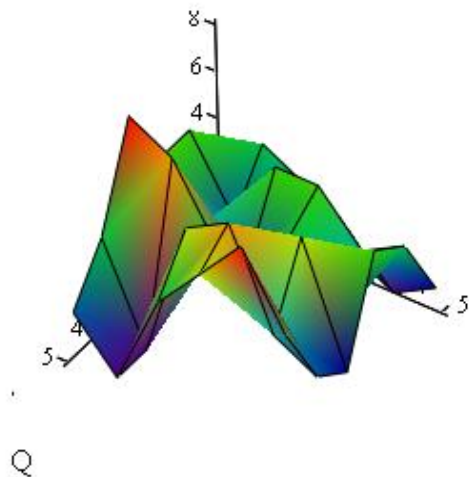
$$P(\alpha) := \cos(\alpha)$$



1.8. Задание выполняется для всех вариантов. Создать матрицу Q размером 6×6 , заполнить ее произвольно и отобразить графически.

Решение:

$$Q := \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 1 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 5 & 5 & 3 & 4 \\ 5 & 3 & 2 & 4 & 1 & 5 \\ 8 & 7 & 4 & 2 & 6 & 1 \\ 4 & 0 & 6 & 7 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 4 & 6 & 8 & 5 \end{pmatrix}$$

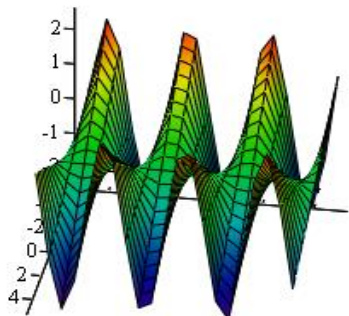


1.9. Задание выполняется для всех вариантов. Построить график поверхности и карту линий уровня для функции двух переменных:

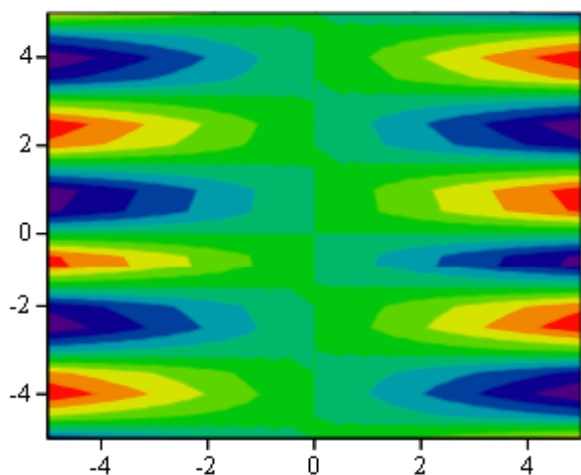
$$X(t, \alpha) := t \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha).$$

Решение:

$$X(t, \alpha) := t \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha)$$



X



X

7.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

Семестр 7

№ п/п	Вопросы к зачету
1	Основы вероятностных методов анализа и моделирования систем.
2	Элементы теории вероятностей, используемые в математической статистике.
3	Элементарные понятия о случайных событиях, величинах и функциях.
4	Числовые характеристики случайных величин.
5	Случайные величины и их законы распределения, нормальный закон распределения.
6	Статистическая оценка методов распределения случайных величин.
7	Математическая статистика. Основные понятия и определения.
8	Основные законы распределения случайных величин.

№ п/п	Вопросы к зачету
9	Обработка статистической информации.
10	Выбор теоретического закона распределения случайных величин.
11	Законы распределения, наиболее распространённые в технике.
12	Исходные предпосылки регрессионного анализа и свойства оценок.
13	Статистический анализ информации; проверка статистических гипотез.
14	Этапы построения многофакторной корреляционно-регрессионной модели.
15	Регрессивный и корреляционный анализ результатов испытаний.
16	Планирование эксперимента.
17	Характеристика методов и моделей прогнозирования.
18	Прогнозирование на основе рядов с использованием пакета прикладных программ.
19	Моделирование систем с использованием марковских процессов.
20	Марковские цепи.
21	Моделирование систем массового обслуживания.
22	Компоненты и классификация моделей массового обслуживания.
23	Определение характеристик систем массового обслуживания.
24	Моделирование потоков отказов элементов сложных технических систем.
25	Общие вопросы математического моделирования
26	Имитационные модели
27	Интерполяция по общей формуле Лагранжа
28	Интерполяция табличных данных по формулам Лагранжа
29	Процесс построения математической модели
30	Полиномиальная аппроксимация
31	Чебышевская аппроксимация
32	Суть компьютерного моделирования
33	Экспоненциальная регрессия
34	Полиномиальная регрессия
35	Различные методы решения нелинейных уравнений
36	Линейная регрессия общего вида
37	Нелинейная регрессия общего вида
38	Вычислительные эксперименты с математическими моделями, имитирующими поведение реальных объектов, процессов или систем
39	Линейное сглаживание по пяти точкам
40	Нелинейное сглаживание по семи точкам
41	Случайные величины и события, методы их генерации и область их применения
42	Проблемы получения на ЭВМ случайных числовых последовательностей с заданными вероятностными характеристиками
43	Преобразование Лапласа
44	Вычисление характеристик системы по ее операторной характеристике
45	Алгоритмы и методы генерации равномерно распределенных случайных чисел
46	Моделирование логических функций
47	Затухающие и нарастающие колебания
48	Метод и алгоритм решения систем линейных уравнений методом Гаусса
49	Колебания и резонанс в механической системе
50	Классический спектральный анализ и синтез
51	Суть компьютерного моделирования
52	Моделирование технологических процессов
53	Математическое обеспечение при автоматизации
54	Моделирование систем автоматического управления технологическими процессами
55	Общие вопросы математического моделирования

№ п/п	Вопросы к зачету
56	Имитационные модели
57	Интерполяция по общей формуле Лагранжа
58	Интерполяция табличных данных по формулам Лагранжа
59	Процесс построения математической модели
60	Полиномиальная аппроксимация
61	Чебышевская аппроксимация
62	Суть компьютерного моделирования
63	Экспоненциальная регрессия
64	Полиномиальная регрессия
65	Различные методы решения нелинейных уравнений
66	Линейная регрессия общего вида
67	Нелинейная регрессия общего вида
68	Вычислительные эксперименты с математическими моделями, имитирующими поведение реальных объектов, процессов или систем
69	Линейное сглаживание по пяти точкам
70	Нелинейное сглаживание по семи точкам
71	Случайные величины и события, методы их генерации и область их применения
72	Проблемы получения на ЭВМ случайных числовых последовательностей с заданными вероятностными характеристиками
73	Преобразование Лапласа
74	Вычисление характеристик системы по ее операторной характеристике
75	Статистический анализ информации; проверка статистических гипотез.

7.3.2. Критерии и нормы оценки

Семестр	Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
7	Зачет (устно)	«зачтено»	исчерпывающие ответы на вопросы к зачету и на дополнительные вопросы; выполнены все практические и лабораторные работы
		«не зачтено»	неправильные ответы на вопросы к зачету; практические и лабораторные работы выполнены не полностью (не выполнены)

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Мещерякова В. Б.	Металлорежущие станки с ЧПУ	Учебное пособие	2017	ЭБС "ZNANIUM.COM"
2	Клепиков В. В.	Автоматизация производственных процессов	Учебное пособие	2022	ЭБС "ZNANIUM.COM"
3	Б. Н. Иванов	Теория вероятностей и математическая статистика	учебное пособие	2022	ЭБС «Лань»
4	А.А. Иванов	Проектирование систем автоматизированного машиностроения	учебник	2022	ЭБС "ZNANIUM.COM"

8.2. Дополнительная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Буре В. М.	Теория вероятностей и математическая статистика	Учебник	2013	ЭБС «Лань»
2	Н. Ю. Землянушнова, Н. И. Ющенко	Проектирование технологической оснастки для ремонта и обслуживания транспортных и транспортно-технологических машин	Практикум	2015	ЭБС IPRbooks
3	Белов П. С.	Математическое моделирование технологических процессов	Учебное пособие	2016	ЭБС IPRbooks"

8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

– Российская государственная библиотека (РГБ), г. Москва – <http://www.rsl.ru>

– Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2006 гг. На данный период в ЭБ уже собрано более 11 тыс. учебных материалов различных вузов России. В ЭК – более 30 тыс. описаний, а так же есть "Глоссарий" и раздел "Система новостей" по названной тематике. Это уникальный образовательный проект в русскоязычном Интернете. Полный доступ ко всем ресурсам, включая полнотекстовые материалы библиотеки, предоставляется всем пользователям в свободном режиме – <http://window.edu.ru>

– Интернет-библиотека образовательных изданий, в которой собраны электронные учебники, справочные и учебные пособия. Удобный поиск по ключевым словам, отдельным темам и отраслям знания – <http://www.edulib.ru>

8.4. Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование ПО	Количество лицензий	Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)
1	Windows: WinPro 10 RUS Upgrd OLP NL Acdmc		договор № 757 от 04.07.2018, срок действия – бессрочно; контракт № 1653 от 14.12.2018, срок действия – бессрочно
2	Office Standard: Office Stdandard 2013 Russian OLP NL AcademicEdition Office Stdandard 2016 Russian OLP NL AcademicEdition Office Stdandard 2016 Russian OLP NL AcademicEdition		контракт № 690 от 19.05.2015, срок действия – бессрочно договор № 757 от 04.07.2018, срок действия – бессрочно контракт № 727 от 20.07.2016, срок действия – бессрочно
3.	КОМПАС-3D v 18 (Проектирование и конструирование в машиностроении)	250	контракт № 1198 от 18.11.2019, срок действия – бессрочно
4.	Mathcad Education - University Edition Subscription (25 pack)	25	контракт № 469 от 05.06.2020, срок действия – бессрочно

8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации. (Е-306)	Переносной проектор, экран, компьютерные Столы, стол преподавательский, стулья, доска аудиторная, Столы ученические двухместные, ПК
2	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации. (Е-309)	Стол преподавательский, Столы ученические двухместные (моноблок) , стулья, доска аудиторная (меловая), кафедра, проектор, экран, процессор, шкафы
3	Помещение для самостоятельной работы студентов (Г-401)	Столы, стулья, компьютеры
4	Помещение для самостоятельной работы обучающихся (С-508)	Доска аудиторная (меловая), столы ученические, стол преподавательский, стулья, стенды, шкафы.