

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Б1.О.31.02
(индекс дисциплины)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дополнительные главы анализа 2

(наименование дисциплины)

по направлению подготовки

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

направленность (профиль)

Мобильные и сетевые технологии

Форма обучения: очная

Год набора: 2021

Общая трудоемкость: 5 ЗЕ

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр	4	Итого
Форма контроля	Экзамен	
Вид занятий		
Лекции	34	34
Лабораторные		
Практические	34	34
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация	0,35	0,35
Контактная работа	68,35	68,35
Самостоятельная работа	76	76
Контроль	35,65	35,65
Итого	180	180

Рабочую программу составил(и):
Доцент кафедры «Прикладная математика и информатика», к. ф.-м. н., Лелонд О.В.

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рецензирование рабочей программы дисциплины:



Отсутствует



Рецензент

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана
направления подготовки

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Срок действия рабочей программы дисциплины до «31» августа 2025 г.

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры
«Прикладная математика и информатика»

(протокол заседания № 1 от «28» августа 2020 г.).

1. Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – формирование у студентов представлений об основных понятиях и методах комплексного анализа.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплины и практики, на освоении которых базируется данная дисциплина: Математический анализ, Линейная алгебра и аналитическая геометрия, Дополнительные главы анализа 1.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: Теория вероятностей и математическая статистика, Избранные вопросы стохастического анализа, Дифференциальные уравнения.

3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	Индикаторы достижения компетенций (код и наименование)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1 Демонстрирует фундаментальные математические и естественнонаучные знания	Знать: основные понятия и утверждения математического анализа, методы решения типовых задач, основные принципы математического моделирования
	ИОПК-1.2 Оценивает результаты применения математических и естественнонаучных знаний в профессиональной деятельности	Уметь: применять на практике основные положения и методы математического анализа, методы математического моделирования
	ИОПК-1.3 Демонстрирует умение применять фундаментальные математические и естественнонаучные знания в профессиональной деятельности	Владеть: навыками практического использования основных положений и методов математического анализа, построения и исследования математических моделей

4. Структура и содержание дисциплины

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль 1. Числовые последовательности и ряды. Кривые и области на комплексной плоскости.	Лек	Комплексные числа и операции над ними. Сходящиеся последовательности комплексных чисел и их свойства. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Кривые и области на комплексной плоскости.	4	4	-	-	Индивидуальное домашнее задание, тест итоговый
	Пр	Комплексные числа и операции над ними. Сходящиеся последовательности комплексных чисел и их свойства. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Кривые и области на комплексной плоскости.		4	10	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		8	-	-	
Модуль 2. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.	Лек	Определение предела функции в конечной точке и на бесконечности. Непрерывность функции в точке. Свойства непрерывных функций.	4	2	-	-	Контрольная работа, тест итоговый
	Пр	Предел и непрерывность функции комплексной переменной.		2	-	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		4	-	-	
Модуль 3. Производная функции комплексной переменной.	Лек	Производная и дифференциал. Правила дифференцирования. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости.	4	2	-	-	Контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, тест итоговый
	Пр	Производная и дифференциал. Правила дифференцирования. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости.		2	-	-	
	Лек	Аналитичность функции в точке и области. Действительная и мнимая части аналитической функции. Гармонические функции.		2	-	-	
	Пр	Аналитичность функции в точке и области. Действительная и мнимая части аналитической функции. Гармонические функции.		2	5	-	
	Лек	Конформные отображения I и II рода. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.		2	-	-	
	Пр	Контрольная работа №1 по теме "Предел, непрерывность, дифференцируемость функций комплексной переменной".		2	20	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		8	-	-	
Модуль 4. Дробно-линейная функция. Элементарные функции комплексной переменной.	Лек	Дробно-линейная функция и её свойства. Построение отображения по образам трех точек. Отображение круговых областей друг на друга.	4	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, тест итоговый
	Пр	Дробно-линейная функция и её свойства. Построение отображения по образам трех точек. Отображение круговых областей друг на друга.		2	-	-	
	Лек	Целая степенная функция и функция, обратная к ней. Показательная функция и ее свойства. Логарифмическая функция.		2	-	-	
	Пр	Целая степенная функция и функция, обратная к ней. Показательная функция и ее свойства. Логарифмическая функция.		2	-	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Пр	Тригонометрические функции. Гиперболические функции. Обратные тригонометрические и гиперболические функции. Степень с произвольным комплексным показателем. Общие показательная и степенная функции.		2	5	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		12	-	-	
Модуль 5. Комплексные интегралы.	Лек	Определение и свойства интегралов. Сведение к вычислению обыкновенного интеграла. Интегральная теорема Коши. Теорема о составном контуре. Интеграл и первообразная. Формула Ньютона-Лейбница. Интегральная формула Коши.	4	4	-	-	Индивидуальное домашнее задание, тест итоговый
	Пр	Вычисление интегралов от функций комплексной переменной с помощью интегралов от функций действительной переменной. Интегральная теорема Коши. Теорема о составном контуре. Вычисление интегралов с помощью формулы Ньютона-Лейбница и интегральной формулы Коши.		2	5	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		6	-	-	
Модуль 6. Степенные ряды.	Лек	Понятие степенного ряда. Теорема Коши-Адамара. Равномерная сходимость. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Теорема Лиувилля. Бесконечная дифференцируемость аналитических и гармонических функций.	4	4	-	-	Индивидуальное домашнее задание, тест итоговый
	Пр	Вычисление радиуса сходимости степенного ряда. Разложение аналитических функций в ряд Тейлора.		2	5	-	
	Лек	Интегральная формула для n-й производной аналитической функции. Нули аналитической функции. Теорема Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах аналитических функций.		2	-	-	
	Пр	Вычисление интегралов с помощью интегральной формулы для n-й производной аналитической функции. Нули аналитической функции.		2	-	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		6	-	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль 7. Ряды Лорана. Изолированные особые точки.	Лек	Понятие ряда Лорана. Теорема Лорана. Разложение функций в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек. Теорема Сохоцкого-Вейерштрасса. Целые и мероморфные функции.	4	4	-	-	Индивидуальное домашнее задание, тест итоговый
	Пр	Разложение функций в ряд Лорана.		2	-	-	
	Пр	Определение типа изолированных особых точек функции комплексной переменной.		2	5	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		4	-	-	
Модуль 8. Вычеты и их приложения.	Лек	Понятие вычета функции в конечной точке. Основная теорема о вычетах. Вычисление вычета в случае полюса. Вычет в бесконечно удалённой точке.	4	2	-	-	Контрольная работа, индивидуальное домашнее задание, тест итоговый
	Пр	Вычисление вычетов функций. Вычисление интегралов от функций комплексной переменной с помощью вычетов.		2	5	-	
	Лек	Использование вычетов для вычисления интегралов от функций действительной переменной		2	-	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Пр	Вычисление интегралов от функций действительной переменной с помощью вычетов.		2	-	-	
	Пр	Контрольная работа №2 по теме "Вычисление интегралов с помощью вычетов".		2	20	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		8	-	-	
	СР	Индивидуальное домашнее задание по курсу «Дополнительные главы анализа 2»	4	20	20	-	
	ПА		4	0,35	-	-	
	Контроль		4	35,65	-	-	
Итого:				180	100		

Схема расчета итогового балла: Текущий рейтинг (все занятия и промежуточные тесты) + Результат итогового теста и все делится на 2

5. Образовательные технологии

Технология традиционного обучения: лекции 1-17, практические занятия 1-17.

6. Методические указания по освоению дисциплины

Для успешного освоения дисциплины необходимы посещение студентами лекционных и практических занятий, самостоятельная работа студентов с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение индивидуального домашнего задания и всех предусмотренных в семестре контрольных работ.

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет.

В ходе лекционных занятий полезно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Студент может дополнить список предложенной литературы современными источниками, не представленными в списке, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и выпускных квалификационных работ.

Студентам следует

- при подготовке к практическим занятиям обязательно использовать не только лекции, учебную литературу, но и другие источники;
- в начале занятий задавать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и использовании при решении задач, предложенных для самостоятельного решения;
- на занятиях доводить каждую задачу до окончательного ответа, демонстрировать понимание проведенных расчетов (рассуждений), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что решение задач проводится по рассмотренному на лекциях материалу и связано, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться студентом на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и в процессе решения задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (что очень важно) для активной проработки лекционного материала.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений (рассуждений, преобразований) составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение задач следует излагать подробно, вычисления (рассуждения, преобразования) располагать в строгом порядке. Решение при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Полезно (если это возможно) решать задачу несколькими способами и сравнивать полученные результаты. Решение задач определённого типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и систематизации знаний, получаемых в процессе обучения. Готовясь к экзамену, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, упорядочивает свои знания. На экзамене студент демонстрирует как теоретические знания, приобретённые в процессе обучения по данной учебной дисциплине, так и навыки их практического использования при решении задач.

Необходимо ориентировать студентов на систематическую подготовку к занятиям в течение семестра, поскольку это позволит освоить основы изучаемой дисциплины, а время экзаменационной сессии можно будет использовать для систематизации уже имеющихся знаний.

7. Оценочные средства

7.1. Паспорт оценочных средств

Семестр	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
4	ОПК-1	Тестовые задания №1-500 Вопросы к экзамену №1-70 Индивидуальное домашнее задание, контрольные работы №1,2

7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

7.2.1. Индивидуальное домашнее задание по курсу «Дополнительные главы анализа 2»

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Вариант 1

Задание 1. Найти все значения корня

$$\sqrt[4]{-1}$$

Задание 2. Представить в алгебраической форме:

а) $\sin\left(\frac{\pi}{4} + 2i\right)$

б) $(-1 + i\sqrt{3})^{-3i}$

Задание 3. Вычертить область, заданную неравенствами $|z - 1| \leq 1, |z + 1| > 2$

Задание 4. Определить вид кривой

$$z = 3 \sec t + i 2 \tan t$$

Задание 5. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной части $u(x,y)$ или мнимой части $v(x,y)$ и значению $f(z_0)$.

$$u = x^2 - y^2 + x, f(0) = 0$$

Задание 6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой.

$$\int_{AB} \bar{z}^2 dz, AB : \{y = x^2; z_A = 0; z_B = 1 + i\}$$

Задание 7. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням: а) z ; б) $z - z_0$.

а) $\frac{z - 2}{2z^3 + z^2 - z}$

б) $\frac{z + 1}{z(z - 1)}, z_0 = 1 + 2i$

Задание 8. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0 .

$$z \cos \frac{1}{z - 2}, z_0 = 2$$

Задание 9. Определить тип особой точки $z=0$ для данной функции.

$$\frac{e^{9z} - 1}{\sin z - z + \frac{z^3}{6}}$$

Задание 10. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.

$$\frac{e^{1/z}}{\sin(1/z)}$$

Задание 11. Вычислить интеграл:

а) $\oint_{|z|=1/2} \frac{dz}{z(z^2 + 1)}$

б) $\oint_{|z|=1} \frac{\cos z^2 - 1}{z^3} dz$

в) $\oint_{|z|=0.2} \frac{3\pi z - \sin 3\pi z}{z^2 - sh^2 \pi^2 z} dz$

г)

д) $\oint_{|z+i|=3} \left(\frac{4 \sin \frac{\pi z}{4-2i}}{(z-2+i)^2(z-4+i)} + \frac{\pi i}{e^{\pi/2} + i} \right) dz$

е) $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{2 + \sqrt{3} \sin t}$

ж) $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{(1 + \sqrt{10/11} \cos t)^2}$

з) $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 - x + 2}{x^4 + 10x^2 + 9} dx$

и) $\int_0^{\infty} \frac{x \sin 3x}{(x^2 + 4)^2} dx$

Вариант 2

Задание 1. Найти все значения корня

$$\sqrt[4]{\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}}$$

Задание 2. Представить в алгебраической форме:

а) $\cos\left(\frac{\pi}{6} + 2i\right)$

б) $\arcsin 4$

Задание 3. Вычертить область, заданную неравенствами $|z + i| \geq 1, |z| < 2$

Задание 4. Определить вид кривой

$$z = 2 \operatorname{sect} - i 3 t g t$$

Задание 5. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной части $u(x, y)$ или мнимой части $v(x, y)$ и значению $f(z_0)$.

$$u = x^3 - 3xy + 1, f(0) = 1$$

Задание 6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой.

$$\int_L (z + 1)e^z dz, L: \{|z| = 1, \operatorname{Re} z \geq 0\}$$

Задание 7. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням: а) z ; б) $z - z_0$.

$$\text{а) } \frac{z-4}{z^4+z^3-2z^2}$$

$$\text{б) } \frac{z+1}{z(z-1)}, z_0 = 2-3i$$

Задание 8. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0 .

$$\sin \frac{z}{z-1}, z_0 = 1$$

Задание 9. Определить тип особой точки $z=0$ для данной функции.

$$z^3 e^{7/z^2}$$

Задание 10. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.

$$\frac{1}{\cos z}$$

Задание 11. Вычислить интеграл:

$$\text{а) } \oint_{|z-1-i|=5/4} \frac{2dz}{z^2(z-1)}$$

$$\text{б) } \oint_{|z|=1/2} \frac{2-z^2+3z^3}{4z^3} dz$$

$$\text{в) } \oint_{|z|=1} \frac{\cos 3z - 1 + 9z^2/2}{z^4 \operatorname{sh} \frac{9}{4} z} dz$$

$$\text{г) } \oint_{|z+6|=2} \left(ze^{\frac{1}{z+6}} + \frac{2 \cos \frac{\pi z}{5}}{(z+5)^2(z+3)} \right) dz$$

$$\text{д) } \int_0^{2\pi} \frac{dt}{4 + \sqrt{15} \sin t}$$

$$\text{е) } \int_0^{2\pi} \frac{dt}{(\sqrt{5} + \cos t)^2}$$

$$\text{ж) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x-1}{(x^2+4)^2} dx$$

$$\text{з) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x-1) \sin x}{(x^2+9)^2} dx$$

Вариант 3

Задание 1. Найти все значения корня

$$\sqrt[3]{1}$$

Задание 2. Представить в алгебраической форме:

$$\text{а) } \ln 6$$

$$\text{б) } \operatorname{arch}(-2)$$

Задание 3. Вычертить область, заданную неравенствами

$$|z-i| \leq 2, \operatorname{Re} z > 1$$

Задание 4. Определить вид кривой

$$z = -\operatorname{sect} + i3\operatorname{tgt}$$

Задание 5. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной части $u(x,y)$ или мнимой части $v(x,y)$ и значению $f(z_0)$.

$$v = e^x (y \cos y + x \sin y), f(0) = 0$$

Задание 6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой.

$$\int_{AB} \operatorname{Im} z^3 dz, AB - \text{отрезок прямой}, z_A = 0, z_B = 2 + 2i$$

Задание 7. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням: а) z ; б) $z - z_0$.

$$\text{а) } \frac{3z - 18}{2z^3 + 3z^2 - 9z}$$

$$\text{б) } \frac{z + 1}{z(z - 1)}, z_0 = -3 - 2i$$

Задание 8. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0 .

$$ze^{z/(z-5)}, z_0 = 5$$

Задание 9. Определить тип особой точки $z=0$ для данной функции.

$$\frac{\sin 8z - 6z}{\cos z - 1 + \frac{z^2}{2}}$$

Задание 10. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.

$$tg^2 z$$

Задание 11. Вычислить интеграл:

$$\text{а) } \oint_{|z-i|=3/2} \frac{dz}{z(z^2 + 4)}$$

$$\text{б) } \oint_{|z|=3} \frac{e^{1/z} + 1}{z} dz$$

$$\text{в) } \oint_{|z|=0.5} \frac{\operatorname{sh} 2\pi z - 2\pi z}{z^2 \sin^2 \frac{\pi^2 z}{3}} dz$$

г)

$$\oint_{|z-i|=3} \left(\frac{\pi}{e^{\pi z/2} - i} - \frac{2\operatorname{sh} \frac{\pi i z}{4 + 2i}}{(z - 2 - i)^2 (z - 4 - i)} \right) dz$$

$$\text{д) } \int_0^{2\pi} \frac{dt}{5 + 2\sqrt{6} \sin t}$$

$$\text{е) } \int_0^{2\pi} \frac{dt}{(1 + \sqrt{6/7} \cos t)^2}$$

$$\text{ж) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^4 + 1)^2}$$

$$\text{з) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos 2x}{(x^2 + 1)^2} dx$$

Вариант 4

Задание 1. Найти все значения корня

$$\sqrt[3]{i}$$

Задание 2. Представить в алгебраической форме:

$$\text{а) } \operatorname{sh}(2 + \pi i/4)$$

$$\text{б) } \operatorname{arctg}\left(\frac{-2\sqrt{3} + 3i}{3}\right)$$

Задание 3. Вычертить область, заданную неравенствами

$$|z + 1| \geq 1, |z + i| < 1$$

Задание 4. Определить вид кривой

$$z = 4tgt - i3 \operatorname{sect}$$

Задание 5. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной части $u(x,y)$ или мнимой части $v(x,y)$ и значению $f(z_0)$.

$$u = x^2 - y^2 - 2y, f(0) = 0$$

Задание 6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой.

$$\int_{AB} (z^2 + 7z + 1)dz, AB - \text{отрезок прямой}, z_A = 1, z_B = 1 - i$$

Задание 7. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням: а) z ; б) $z - z_0$.

$$\begin{aligned} \text{а) } & \frac{2z - 16}{z^4 + 2z^3 - 8z^2} \\ \text{б) } & \frac{z + 1}{z(z - 1)}, z_0 = -2 + i \end{aligned}$$

Задание 8. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0 .

$$\sin \frac{2z - z}{z + 2}, z_0 = -2$$

Задание 9. Определить тип особой точки $z=0$ для данной функции.

$$\frac{\cos 7z - 1}{shz - z - z^3/6}$$

Задание 10. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.

$$z \operatorname{tg} z e^{1/z}$$

Задание 11. Вычислить интеграл:

$$\oint_{|z|=1} \frac{1 + \sin z}{z(z + 2i)} dz$$

$$\oint_{|z|=2} \frac{\sin z^3}{1 - \cos z} dz$$

$$\oint_{|z|=2} \frac{ch 3z - 1 - 9z^2/2}{z^4 \sin \frac{9z}{8}} dz$$

$$\oint_{|z+2|=2} \left(zch \frac{1}{z+2} - \frac{2 \sin \frac{\pi z}{2}}{(z+1)^2(z-1)} \right) dz$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{6 + \sqrt{35} \sin t}$$

$$\int_0^{2\pi} \frac{dt}{(2\sqrt{3} + \sqrt{11} \cos t)^2}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)^2(x^2 + 16)} dx$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^2 \cos x}{(x^2 + 1)^2} dx$$

Вариант 5

Задание 1. Найти все значения корня $\sqrt[4]{1}$

Задание 2. Представить в алгебраической форме:

$$\text{а) } ch(2 + \pi i/2)$$

$$\text{б) } \operatorname{arcth} \left(\frac{3 - 4i}{5} \right)$$

Задание 3. Вычертить область, заданную неравенствами

$$|z + 1| < 1, |z - i| \leq 1$$

Задание 4. Определить вид кривой

$$z = 3tgt + i4sect$$

Задание 5. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной части $u(x,y)$ или мнимой части $v(x,y)$ и значению $f(z_0)$.

$$u = \frac{e^{2x} + 1}{e^x} \cos y, f(0) = 2$$

Задание 6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой.

$$\int_{ABC} |z| dz, ABC - \text{ломаная}, z_A = 0, z_B = -1 + i, z_C = 1 + i$$

Задание 7. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням: а) z ; б) $z - z_0$.

$$\begin{aligned} & \frac{5z - 50}{2z^3 + 5z^2 - 25z} \\ \text{а) } & \frac{z - 1}{z(z + 1)}, z_0 = 1 + 3i \\ \text{б) } & \end{aligned}$$

Задание 8. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0 .

$$\cos \frac{3z}{z - i}, z_0 = i$$

Задание 9. Определить тип особой точки $z=0$ для данной функции.

$$\frac{\operatorname{sh} 6z - 6z}{chz - 1 - z^2/2}$$

Задание 10. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.

$$\frac{e^z - 1}{z^3(z + 1)^2}$$

Задание 11. Вычислить интеграл:

$$\oint_{|z-3|=1/2} \frac{e^z dz}{\sin z}$$

$$\oint_{|z|=1/3} \frac{1 - 2z + 3z^2 + 4z^3}{2z^2} dz$$

$$\oint_{|z|=0.5} \frac{e^{2z} - 1 - 2z}{z \operatorname{sh}^2 4iz} dz$$

г)

$$\oint_{|z-2i|=2} \left(\frac{2 \cos \frac{\pi z}{2+2i}}{(z-2-2i)^2(z-4-2i)} + \frac{\pi}{e^{\pi/2} + 1} \right) dz$$

$$\text{д) } \int_0^{2\pi} \frac{dt}{7 + 4\sqrt{3} \sin t}$$

$$\text{е) } \int_0^{2\pi} \frac{dt}{(3\sqrt{2} + 2\sqrt{3} \cos t)^2}$$

$$\text{ж) } \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 - x + 1)^2}$$

$$\text{з) } \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+1) \cos x}{x^4 + 5x^2 + 6} dx$$

Вариант 6

Задание 1. Найти все значения корня $\sqrt[4]{\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}}$

Задание 2. Представить в алгебраической форме:

а) $\ln(1+i)$

б) $\operatorname{arcctg}\left(\frac{4+3i}{5}\right)$

Задание 3. Вычертить область, заданную неравенствами

$$|z+i| \leq 2, |z-i| > 2$$

Задание 4. Определить вид кривой

$$z = -4tgt - i2\operatorname{sect}$$

Задание 5. Восстановить аналитическую в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной части $u(x,y)$ или мнимой части $v(x,y)$ и значению $f(z_0)$.

$$u = \frac{x}{x^2 + y^2}, f(1) = 1+i$$

Задание 6. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой.

$$\int_{AB} (12z^5 + 4z^3 + 1)dz, AB - \text{отрезок прямой}, z_A = 1, z_B = i$$

Задание 7. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням: а) z ; б) $z - z_0$.

а) $\frac{3z-36}{z^4 + 3z^3 - 18z^2}$

б) $\frac{z-1}{z(z+1)}, z_0 = 2-i$

Задание 8. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0 .

$$\sin \frac{5z}{z-2i}, z_0 = 2i$$

Задание 9. Определить тип особой точки $z=0$ для данной функции.

$$\frac{ch5z-1}{e^z-1-z}$$

Задание 10. Для данной функции найти изолированные особые точки и определить их тип.

$$\frac{z^2+1}{(z-i)^2(z^2+4)}$$

Задание 11. Вычислить интеграл:

а) $\oint_{|z-3/2|=2} \frac{z(\sin z + 2)}{\sin z} dz$

б) $\oint_{|z|=2} \frac{1-\cos z^2}{z^2} dz$

в) $\oint_{|z|=0.4} \frac{e^{4z} - \cos 7z}{z \operatorname{sh} 2\pi z} dz$

г) $\oint_{|z+3|=2} \left(z \operatorname{sh} \frac{i}{z+3} - \frac{4 \operatorname{sh}(\pi i z/4)}{(z+2)^2 z} \right) dz$

д) $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{5+4\sin t}$

е) $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{(4+\cos t)^2}$

$$\text{ж)} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 + 4)(x^2 + 9)^2}$$

$$\text{з)} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin \frac{x}{2} dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}$$

Краткое описание и регламент выполнения

Индивидуальное домашнее задание сдается преподавателю в конце семестра на зачетной неделе.

Критерии оценки:

- правильное выполнение не менее 90% задания - 20 баллов;
- правильное выполнение 70-89% задания - 15-19 баллов;
- верное выполнение 50-69% задания - 10-14 баллов;
- верное выполнение менее 50% задания - 0-9 баллов.

7.2.2. Контрольная работа №1 по теме «Предел, непрерывность, дифференцируемость функций комплексной переменной» (наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Вариант 1

Задание 1. Установить, имеет ли функция предел в указанной точке; если предел существует, найти его.

$$w = \frac{\operatorname{Re} z}{z}, \quad z = 0.$$

Задание 2. Доказать, что функция $w = \bar{z}^3$ непрерывна в каждой конечной точке плоскости.

Задание 3. Выяснить, в каких точках функция $w = 3z\bar{z}$ имеет производную. Вычислить производную в этих точках. Является ли заданная функция аналитической в каких-либо точках?

Задание 4. Найти аналитическую функцию $w = u + iv$ по заданной действительной или мнимой части.

$$u(x, y) = e^x \sin y.$$

Вариант 2

Задание 1. Установить, имеет ли функция предел в указанной точке; если предел существует, найти его.

$$w = \frac{|z|}{z}, \quad z = 0.$$

Задание 2. Доказать, что функция $w = |z|^3 z$ непрерывна в каждой конечной точке плоскости.

Задание 3. Выяснить, в каких точках функция $w = 7z \operatorname{Re} z$ имеет производную. Вычислить производную в этих точках. Является ли заданная функция аналитической в каких-либо точках?

Задание 4. Найти аналитическую функцию $w = u + iv$ по заданной действительной или мнимой части.

$$v(x, y) = e^{-2y} \cos 2x.$$

Вариант 3

Задание 1. Установить, имеет ли функция предел в указанной точке; если предел существует, найти его.

$$w = \frac{\bar{z}}{|z|^2}, \quad z = 0.$$

Задание 2. Доказать, что если функция $f(z)$ непрерывна в какой-либо точке z , то и функция $|f(z)|$ непрерывна в этой точке.

Задание 3. Выяснить, в каких точках функция $w = Imz$ имеет производную. Вычислить производную в этих точках. Является ли заданная функция аналитической в каких-либо точках?

Задание 4. Найти аналитическую функцию $w = u + iv$ по заданной действительной или мнимой части.

$$v(x, y) = x^3 - 3xy^2.$$

Вариант 4

Задание 1. Установить, имеет ли функция предел в указанной точке; если предел существует, найти его.

$$w = \frac{z}{z-i}, \quad z = \infty.$$

Задание 2. Доказать, что если функция $f(z)$ непрерывна в какой-либо точке z , то и функция $\overline{Ref(z)}$ непрерывна в этой точке.

Задание 3. Выяснить, в каких точках функция $w = \bar{z} + Rez$ имеет производную. Вычислить производную в этих точках. Является ли заданная функция аналитической в каких-либо точках?

Задание 4. Найти аналитическую функцию $w = u + iv$ по заданной действительной или мнимой части.

$$v(x, y) = 3x^2y - y^3, \quad w(0) = 0.$$

Вариант 5

Задание 1. Установить, имеет ли функция предел в указанной точке; если предел существует, найти его.

$$w = \frac{z^2+3}{z-3i}, \quad z = 3i.$$

Задание 2. Является ли функция $w = 2 - \arg z$ непрерывной в точке $z = -2$?

Задание 3. Выяснить, в каких точках функция $w = z^2 + i|z|^2$ имеет производную. Вычислить производную в этих точках. Является ли заданная функция аналитической в каких-либо точках?

Задание 4. Найти аналитическую функцию $w = u + iv$ по заданной действительной или мнимой части.

$$u(x, y) = \frac{x^2 - x + y^2}{x^2 + y^2}, \quad w(1) = 0.$$

Вариант 6

Задание 1. Установить, имеет ли функция предел в указанной точке; если предел существует, найти его.

$$w = \frac{Rez}{Imz}, \quad z = 0.$$

Задание 2. Исследовать на непрерывность функцию $w = 5zRe\bar{z}$.

Задание 3. Выяснить, в каких точках функция $w = x^2 + iy^2$ имеет производную. Вычислить производную в этих точках. Является ли заданная функция аналитической в каких-либо точках?

Задание 4. Найти аналитическую функцию $w = u + iv$ по заданной действительной или мнимой части.

$$v(x, y) = -e^{-2y} \cos 2x + x.$$

Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа выполняется на практическом занятии после изучения модуля «Производная функции комплексной переменной» и сдается преподавателю.

Критерии оценки:

- правильное выполнение не менее 90% работы - 20 баллов;
- правильное выполнение 70-89% работы - 15-19 баллов;
- правильное выполнение 50-69% работы - 10-14 баллов;
- правильное выполнение менее 50% работы - 0-9 баллов.

7.2.3. Контрольная работа №2 по теме «Вычисление интегралов с помощью вычетов»

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Вариант 1

Задание 1. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_C \frac{zdz}{(z-1)(z-2)^2}$, где C – окружность $|z| = 3$.

Задание 2. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{\sin\varphi - \cos\varphi}{2\sin\varphi + 3} d\varphi$.

Задание 3. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4 + 1}$.

Задание 4. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x dx}{x^2 + 7}$.

Вариант 2

Задание 1. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_C \frac{dz}{(z^2-1)^2(z-3)^2}$, где C – окружность $|z| = 2$.

Задание 2. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\sin\varphi + 3}$.

Задание 3. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^6 + 2}$.

Задание 4. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 5x dx}{x^2 + 16}$.

Вариант 3

Задание 1. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_C \frac{z^3 dz}{2z^4 + 1}$, где C – окружность $|z| = 1$.

Задание 2. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(3\sin\varphi + 5)^2}$.

Задание 3. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx$.

Задание 4. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_0^{\infty} \frac{x \sin x dx}{(x^2 + 1)^2}$.

Вариант 4

Задание 1. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_C \frac{dz}{z^3(z^{10}-2)}$, где C – окружность $|z| = 2$.

Задание 2. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1 + \frac{1}{3}\cos\varphi}$.

Задание 3. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+1)(x^2+9)}$.

Задание 4. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_0^{\infty} \frac{x \sin 3x dx}{x^2 + 4}$.

Вариант 5

Задание 1. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_C \frac{dz}{e^z - 1}$, где C – окружность $|z - 3i| = 4$.

Задание 2. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{2\sin\varphi+3}$.

Задание 3. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2}$.

Задание 4. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 9x dx}{x^2+11}$.

Вариант 6

Задание 1. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_C \operatorname{tg}(\pi z) dz$, где C – окружность $|z| = 100$.

Задание 2. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{\cos\varphi+4}$.

Задание 3. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2-x+2}{x^4+10x^2+9} dx$.

Задание 4. С помощью вычетов вычислить интеграл $\int_0^{\infty} \frac{4x \sin 2x dx}{x^2+13}$.

Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа выполняется на практическом занятии после изучения модуля «Вычеты и их приложения» и сдается преподавателю.

Критерии оценки:

- правильное выполнение не менее 90% работы - 20 баллов;
- правильное выполнение 70-89% работы - 15-19 баллов;
- правильное выполнение 50-69% работы - 10-14 баллов;
- правильное выполнение менее 50% работы - 0-9 баллов.

7.2.4. Тест итоговый по курсу «Дополнительные главы анализа 2»

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Модуль I. Комплексные числа, числовые последовательности

Тема 1.1. Комплексные числа и операции над ними

1. Для всякого комплексного числа можно указать его
 - ☐ действительную часть
 - ☐ мнимую часть
 - ☐ модуль
 - ☐ аргумент
2. Число вида iy , где $y \in \mathbb{R}$ называется ...
3. Пусть $z = x + iy$, где $x, y \in \mathbb{R}$. Указать неверное равенство.
 - $\operatorname{arg} z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$, если $x > 0, y \geq 0$
 - $\operatorname{arg} z = \operatorname{arctg} \frac{y}{z} + \pi$, если $x < 0, y \geq 0$
 - $\operatorname{arg} z = -\operatorname{arctg} \frac{y}{x} + \pi$, если $x > 0, y < 0$
 - $\operatorname{arg} z = \operatorname{arctg} \frac{y}{x} - \pi$, если $x < 0, y < 0$
4. Среди значений $\sqrt[3]{-8}$ нет числа
 - $1 - i\sqrt{3}$

- -2
 - $1 + i\sqrt{3}$
 - $-1 - i\sqrt{3}$
5. Выбрать верное утверждение. Среди корней уравнения $z^5 = -4 + 3i$ есть число
- $\sqrt[5]{5} \left(\cos \frac{\operatorname{arctg} \frac{3}{4}}{5} + i \sin \frac{\operatorname{arctg} \frac{3}{4}}{5} \right)$
 - $\sqrt[5]{5} \left(\cos \frac{-\operatorname{arctg} \frac{3}{4}}{5} + i \sin \frac{-\operatorname{arctg} \frac{3}{4}}{5} \right)$
 - $\sqrt[5]{5} \left(\cos \frac{\pi - \operatorname{arctg} \frac{3}{4}}{5} + i \sin \frac{\pi - \operatorname{arctg} \frac{3}{4}}{5} \right)$
 - $\sqrt[5]{5} \left(\cos \frac{\pi + \operatorname{arctg} \frac{3}{4}}{5} + i \sin \frac{\pi + \operatorname{arctg} \frac{3}{4}}{5} \right)$

Тема 1.2. Последовательности комплексных чисел

6. Пусть $\omega_n = U_n + iV_n$ ($U_n, V_n \in \mathbb{R}$). Указать верное высказывание.
- ☐ Если последовательность $\{\omega_n\}$ ограничена, то последовательности $\{U_n\}$ и $\{V_n\}$ ограничены.
 - ☐ Если хотя бы одна из последовательностей $\{U_n\}$ и $\{V_n\}$ ограничена, то последовательность $\{\omega_n\}$ ограничена.
 - ☐ Если последовательности $\{U_n\}$ и $\{V_n\}$ ограничены, то последовательность $\{\omega_n\}$ ограничена.
 - ☐ Последовательность $\{\omega_n\}$ ограничена тогда и только тогда, когда последовательность $\{|\omega_n|\}$ ограничена.
7. Пусть $\omega_n = U_n + iV_n, \omega_0 = a + ib$ ($U_n, V_n, a, b \in \mathbb{R}$). Указать ложное утверждение.
- Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \omega_n = \omega_0$, то $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = a$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = b$.
 - Если $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = a$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = b$, то $\lim_{n \rightarrow \infty} \omega_n = \omega_0$.
 - Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \omega_n = \infty$, то $\lim_{n \rightarrow \infty} |\omega_n| = \infty$.
 - Если $\lim_{n \rightarrow \infty} \omega_n = \infty$, то $\lim_{n \rightarrow \infty} U_n = \infty$ и $\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = \infty$.
8. Выбрать верное утверждение. Последовательность $z_n = (-2)^n + \frac{i}{3n}$
- ограничена, но не имеет предела
 - имеет конечный предел
 - неограничена, но не является бесконечно большой
 - является бесконечно большой
9. Множество предельных точек последовательности $z_n = -1 + (-1)^n \frac{n}{n+1}, n = 1, 2, \dots$, имеет вид
- \emptyset
 - $\{0; -2\}$
 - $\{-1\}$
 - $\{0; -1\}$

10. Последовательность $z_n = \frac{(5i)^{n^2} + 3}{(5i)^{n^2} - 1}$ при $n \rightarrow \infty$
- ☐ имеет предел $c = \infty$
 - ☐ имеет предел $c = 1$
 - ☐ не имеет ни конечного, ни бесконечного предела
 - ☐ имеет предел $c = 3$

Тема 1.3. Числовые ряды

11. Закончить предложение. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \omega_n$, где $\omega_n \in \mathbb{C}$, называется сходящимся, если существует конечный предел последовательности его ...
12. Пусть $\omega_n = U_n + iV_n$, где $U_n, V_n \in \mathbb{R}$. Выбрать ложное утверждение.
- ☐ Если сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \omega_n$, то сходятся ряды $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$.
 - ☐ Если сходятся ряды $\sum_{n=1}^{\infty} U_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} V_n$, то сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \omega_n$.
 - ☐ Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \omega_n$ сходится, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |\omega_n|$ также сходится.
 - ☐ Если сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |\omega_n|$, то сходится ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \omega_n$.
13. Выбрать ложное утверждение.
- ☐ Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \omega_n$ абсолютно сходится, последовательность $\{\alpha_n\}$ ограничена, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \omega_n$ абсолютно сходится.
 - ☐ Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (\omega_n \omega'_n)$ сходится, то ряды $\sum_{n=1}^{\infty} \omega_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} \omega'_n$ сходятся.
 - ☐ Произвольное изменение порядка членов абсолютно сходящегося ряда не влияет на сумму ряда.
 - ☐ Если ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \omega_n$ сходится, $\alpha \in \mathbb{C}$, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (\alpha \omega_n)$ сходится.
14. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(in)^n}{(n!)^2}$
- ☐ абсолютно сходится
 - ☐ условно сходится
 - ☐ расходится
15. Сумма ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2i)^n}$ равна
- ☐ $\frac{1-2i}{5}$
 - ☐ $-\frac{1+2i}{5}$
 - ☐ $\frac{2i-1}{5}$
 - ☐ $\frac{1+2i}{5}$

Модуль II. Функции комплексной переменной. Предел. Непрерывность. Производная

Тема 2.1. Множества точек на комплексной плоскости. Кривые и области

16. Точка $2 + 3i$ является для множества $\{z \in \mathbb{C}: \operatorname{Re} z \geq 0, \operatorname{Im} z \geq 0\}$
- ☐ внешней
 - ☐ внутренней
 - ☐ граничной
 - ☐ изолированной

17. Вставить пропущенное слово. Если все точки z подмножества C_1 плоскости являются внутренними для C_1 , то множество C_1 называется ...
18. Граничной для множества $\{z: 1 < |z - i| \leq 2\}$ является точка
- ☐ $1 + \frac{i}{2}$
 - ☐ $-1 + i$
 - ☐ $\frac{1}{2} + i$
 - ☐ $1 - i$
19. Уравнение $z = \frac{2}{t} + 3it, t \in \mathbb{R}$, задаёт
- ☐ гиперболу
 - ☐ параболу, ветви которой направлены вверх
 - ☐ прямую
 - ☐ параболу, ветви которой направлены вниз
20. Неравенство $\left|\frac{1}{z} + 1\right| > 3$ задаёт
- ☐ открытый круг с центром в точке $-\frac{1}{8}$ и радиусом $\frac{3}{8}$
 - ☐ внешность круга с центром в точке $-\frac{1}{8}$ и радиусом $\frac{3}{8}$
 - ☐ внешность круга с центром в точке $\frac{1}{8}$ и радиусом $\frac{3}{8}$
 - ☐ открытый круг с центром в точке $\frac{1}{8}$ и радиусом $\frac{3}{8}$

Тема 2.2. Функции комплексной переменной. Предел. Непрерывность
Подтема 2.2.1. Функции комплексной переменной

21. Однозначной является функция
- ☐ $\omega = z^3$
 - ☐ $\omega = \operatorname{Arg} z$
 - ☐ $\omega = \bar{z}$
 - ☐ $\omega = \sqrt[n]{z}$
22. образом точки $z = i + 1$ при отображении $\omega = (\bar{z})^3$ является точка
- ☐ $2i$
 - ☐ $-2i$
 - ☐ i
 - ☐ $-i$
23. Прообразом точки $\omega = 2$ при отображении $\omega = z^3$ является точка
- ☐ $\sqrt[3]{2}$
 - ☐ $\sqrt[3]{2}\left(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)$
 - ☐ $\sqrt[3]{2}\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
 - ☐ $\sqrt[3]{2}\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

24. образом множества $Re z + Im z = 1$ при отображении $\omega = z^2$ является
- ☐ парабола $Im \omega = \frac{1 - (Re \omega)^2}{2}$
 - ☐ парабола $Im \omega = \frac{1 - (Re \omega)^2}{4}$
 - ☐ парабола $Re \omega = \frac{1 - (Im \omega)^2}{2}$
 - ☐ парабола $Re \omega = \frac{1 - (Im \omega)^2}{4}$
25. Выбрать верное утверждение. Действительная часть функции $\omega = z^2 + z + 1$ имеет вид
- ☐ $U = x^2 - y^2 - x + 1$
 - ☐ $U = x^2 - y^2 + x - 1$
 - ☐ $U = x^2 - y^2 + x + 1$
 - ☐ $U = x^2 + y^2 + x + 1$

Подтема 2.2.2. Предельное значение и непрерывность функции комплексной переменной

26. Число c называется пределом функции $\omega = f(z)$ в точке z_0 , если для любой последовательности чисел $\{z_n\}$, сходящейся к z_0 , соответствующая последовательность значений функции $\{f(z_n)\}$ сходится к числу ...
27. Говорят, что функция $\omega = f(z)$ имеет своим пределом ∞ при $z \rightarrow z_0$, если для любого $\varepsilon > 0$ существует такая окрестность точки z_0 , что для всех значений z , отличных от z_0 и принадлежащих этой окрестности, выполняется неравенство
- ☐ $|f(z)| > \varepsilon$
 - ☐ $|f(z)| \geq \varepsilon$
 - ☐ $|f(z)| < \varepsilon$
 - ☐ $|f(z)| \leq \varepsilon$
28. Выбрать верное утверждение. Функция $\omega = \frac{|z-1|}{3(z-1)}$ в точке $z_0 = 1$
- ☐ имеет предел, равный $\frac{-1}{3}$
 - ☐ имеет предел, равный $-i/3$
 - ☐ не имеет ни конечного, ни бесконечного предела
 - ☐ имеет предел, равный ∞
29. Вставить пропущенное слово. Функция $\omega = f(z)$, определённая в окрестности точки z_0 , ... в точке z_0 , если существует $\lim_{z \rightarrow z_0} f(z)$, совпадающий со значением функции f в точке z_0 .
30. Указать функции, непрерывные в каждой точке комплексной плоскости.
- ☐ $\omega = |3z^2 - 1|(z + 4)$
 - ☐ $\omega = Im(\overline{z^3 - 5})$
 - ☐ $\omega = arg z$
 - ☐ $\omega = z \frac{z}{z^2 + 1}$

Тема 2.3. Производная функции комплексной переменной. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости

31. Функция $\omega = f(z)$ имеет в точке z_0 производную, если функция $\varphi_{z_0}(h) = \frac{f(z_0+h)-f(z_0)}{h}$ имеет конечный предел в точке
- $h = 0$
 - $h = 1$
 - $h = -1$
32. Вставить пропущенное слово. Если функция $f(z)$ имеет производную в точке z_0 , то говорят, что $f(z)$... в точке z_0 .
33. Выбрать верное утверждение. Функция $\omega = z \operatorname{Im} z$
- имеет производную только в точке $z_0 = 0$
 - не имеет производной ни в одной точке комплексной плоскости
 - имеет производную во всех точках комплексной плоскости
 - имеет производную только в точках, заполняющих комплексную прямую
34. Выбрать верное утверждение. Условия Коши-Римана для функции $f(z) = U(x, y) + iV(x, y)$ имеют вид
- $U_x = V_y, U_y = V_x$
 - $U_x = V_y, U_y = -V_x$
 - $U_x = -V_y, U_y = -V_x$
 - $U_x = -V_y, U_y = V_x$
35. Выбрать верное утверждение. Множество точек, в которых функция $\omega = f(z) = tgy - itgx$ имеет производную, совпадает со множеством
- $\{(x, y): y = x + \pi t, t \in \mathbb{Z}\}$
 - $\{(x, y): y = -x + \pi t, t \in \mathbb{Z}\}$
 - $\{(x, y): y = \pm x + \pi t, t \in \mathbb{Z}\}$
 - $\{(x, y): y = \pm x + 2\pi t, t \in \mathbb{Z}\}$

Тема 2.4. Аналитические функции. Конформные отображения

36. Вставить пропущенное слово. Если функция $\omega = f(z)$ дифференцируема в некоторой окрестности точки z_0 , то она называется ... в точке z_0 .
37. Множество точек аналитичности функции $f(z)$
- является открытым
 - является замкнутым
 - может быть как открытым, так и замкнутым
38. Аналитическая на всей комплексной плоскости функции $f(z)$ с мнимой частью $V(x, y) = x^3 - 3xy^2$ имеет вид
- $f = i(\bar{z})^3 + C$, где C – действительная постоянная
 - $f = -i(\bar{z})^3 + C$, где C – действительная постоянная
 - $f = -iz^3 + C$, где C – действительная постоянная
 - $f = iz^3 + C$, где C – действительная постоянная

39. Вставить пропущенное слово. Непрерывное отображение, сохраняющее углы между кривыми, проходящими через точку z_0 , называется ... в точке z_0 .
40. Выбрать верное утверждение. Коэффициент растяжения отображения $\omega = 3z^2 - z$ в точке $z = 1 + i$ равен
- 8
 - $\sqrt{61}$
 - $\sqrt{65}$
 - 7

Модуль III. Дробно-линейные отображения. Элементарные функции комплексной переменной

Тема 3.1. Дробно-линейные отображения и их свойства

41. Линейная функция, отображающая треугольник с вершинами $i, 1 + 2i, 3i$, на подобный ему треугольник с вершинами $1 - i, 2 - 2i, 3 - i$ имеет вид
- $\omega = -i(z - 1)$
 - $\omega = i(z - 1)$
 - $\omega = i(z + 1)$
 - $\omega = -i(z + 1)$
42. Выбрать ложное утверждение.
- Функция $L(z) = \frac{az+b}{cz+d}$, где $ad - bc \neq 0$, аналитична в области D , получающейся удалением из расширенной комплексной плоскости точки $z' = \infty$ и (если $c \neq 0$) точки $z'' = -d/c$.
 - Отображение $L(z) = \frac{az+b}{cz+d}$, где $ad - bc \neq 0$, конформно в области D .
 - При отображении $L(z) = \frac{az+b}{cz+d}$, где $ad - bc \neq 0$, различным точкам z_1 и z_2 области D может соответственно одна и та же точка ω .
 - Функция $L(z) = \frac{az+b}{cz+d}$, с условиями $ad - bc \neq 0$, $L(\infty) = \frac{a}{c}$ и (при $c \neq 0$) $L\left(-\frac{d}{c}\right) = \infty$ взаимно однозначно отображает расширенную плоскость на себя.
43. Функция $\omega = \frac{z-1}{z+1}$ отображает окружность $|z| = 2$ на
- окружность $|\omega - 1| = 2|\omega + 1|$
 - окружность $|\omega + 1| = 2|\omega - 1|$
 - прямую $|\omega - 1| = |\omega + 2|$
 - прямую $|\omega + 1| = |\omega - 2|$
44. Круг $|z| \leq 1$ при отображении $\omega = \frac{2z-1}{z-2}$ преобразуется в
- круг $|\omega| \leq 2$
 - круг $|\omega| \leq 1$
 - область $|\omega| \geq 2$
 - область $|\omega| \geq 1$

45. При отображении $\omega = \frac{z+1}{z-1}$ в окружность $|\omega| = 1$ преобразуется
- прямая $Imz = 1$
 - прямая $Rez = 1$
 - прямая $Rez = 0$
 - прямая $Imz = 0$

Тема 3.2. Целая степенная, показательная и обратные к ним функции

46. Образом области $-\frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{\pi}{4}$ при отображении $\omega = z^2$ является область
- $-\frac{\pi}{8} < \arg \omega < \frac{\pi}{8}$
 - $-\frac{\pi}{2} < \arg \omega < \frac{\pi}{2}$
 - $\frac{\pi}{4} < \arg \omega < \frac{3}{4}\pi$
 - $-\pi < \arg \omega < \pi$
47. Отображение, переводящее область $D = \{z: Rez > 0, Imz > 0\}$ в область $G = \{\omega: Im\omega > 0\}$, задаётся формулой
- ☐ $\omega = z^3$
 - ☐ $\omega = 3z^2$
 - ☐ $\omega = z^2$
 - ☐ $\omega = 2z^3$
48. Пусть $\omega = (\sqrt{z})_1$ – ветвь функции $\omega = \sqrt{z}$, действующая в плоскости с разрезом вдоль отрицательной действительной полуоси и удовлетворяющая условию $\omega(1) = -1$.
Образом множества $-\frac{\pi}{4} < \arg z < \frac{\pi}{4}$ при отображении функцией $\omega = (\sqrt{z})_1$ является множество
- $-\frac{\pi}{8} + 2\pi k < \arg \omega < \frac{\pi}{8} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 - $\frac{7}{8}\pi + 2\pi k < \arg \omega < \frac{9}{8}\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 - $-\frac{\pi}{2} + 2\pi k < \arg \omega < \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 - $\frac{\pi}{2} + 2\pi k < \arg \omega < \frac{3}{2}\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
49. Образом множества $\{z: 0 < Imz < \pi\}$ при отображении $w = e^z$ является множество
- $\{w: Rew > 0\}$
 - $\{w: Rew < 0\}$
 - $\{w: Imw > 0\}$
 - $\{w: Imw < 0\}$
50. Значения выражения $\ln(-1 - i\sqrt{3})$ задаются формулой
- $\ln 2 + i\left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$
 - $-\ln 2 + i\left(\frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$
 - $-\ln 2 + i\left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$
 - $\ln 2 + i\left(-\frac{2\pi}{3} + 2\pi k\right), k \in \mathbb{Z}$

Тема 3.3. Тригонометрические, гиперболические и обратные к ним функции

51. Значение выражения $\cos(2 - 3i)$ равно
- ☐ $\cos 2ch 3 + i \sin 2sh 3$
 - ☐ $\cos 2ch 3 - i \sin 2sh 3$
 - ☐ $\sin 2ch 3 - i \cos 2sh 3$
 - ☐ $\cos 2sh 3 + i \sin 2ch 3$
52. Справедлива формула
- ☐ $\operatorname{Arcsin} z = i \operatorname{Ln}(iz + \sqrt{1 - z^2})$
 - ☐ $\operatorname{Arcsin} z = -i \operatorname{Ln}(iz + \sqrt{1 - z^2})$
 - ☐ $\operatorname{Arcsin} z = i \operatorname{Ln}(iz - \sqrt{1 - z^2})$
 - ☐ $\operatorname{Arcsin} z = -i \operatorname{Ln}(iz - \sqrt{1 - z^2})$
53. Неверным является равенство
- ☐ $ch z = \frac{1}{2}(e^z + e^{-z})$
 - ☐ $sh z = \frac{1}{2}(e^z - e^{-z})$
 - ☐ $\cos(iz) = ichz$
 - ☐ $\sin(iz) = ish z$
54. Уравнение $ch z = 0$
- ☐ не имеет корней
 - ☐ имеет только действительные корни
 - ☐ имеет только чисто мнимые корни
 - ☐ имеет как действительные, так и чисто мнимые корни
55. Справедлива формула
- ☐ $\operatorname{Arsh} z = i \operatorname{Ln}(z - \sqrt{z^2 + 1})$
 - ☐ $\operatorname{Arsh} z = i \operatorname{Ln}(z + \sqrt{z^2 - 1})$
 - ☐ $\operatorname{Arsh} z = \operatorname{Ln}(z + \sqrt{z^2 + 1})$
 - ☐ $\operatorname{Arsh} z = \operatorname{Ln}(z - \sqrt{z^2 - 1})$

Тема 3.4. Общие степенная и показательная функции. Логарифм по произвольному основанию

56. Среди значений выражения $(1 - 2i)^{3i}$ нет числа
- ☐ $e^{3 \operatorname{arctg} 2} e^{3i \operatorname{Ln} \sqrt{5}}$
 - ☐ $e^{3 \operatorname{arctg} 2 + 6\pi} e^{3i \operatorname{Ln} \sqrt{5}}$
 - ☐ $e^{3 \operatorname{arctg} 2 - 12\pi} e^{3i \operatorname{Ln} \sqrt{5}}$
 - ☐ $e^{3 \operatorname{arctg} 2 + 4\pi} e^{3i \operatorname{Ln} \sqrt{5}}$
57. Выбрать верное утверждение.
- ☐ Мнимое число при возведении в мнимую степень не может давать действительных значений
 - ☐ Мнимое число при возведении в мнимую степень может дать действительные значения

- ☐ Мнимое число при возведении в иррациональную степень может дать действительные значения
- ☐ Мнимое число при возведении в иррациональную степень не может давать действительных значений
58. Возведя 1 в некоторую степень, можно получить число
- ☐ -1
- ☐ i
- ☐ 0
- ☐ 5
59. Среди значений $\text{Log}_{10} 10$ есть числа
- ☐ 3
- ☐ 1
- ☐ 0
- ☐ $1 + \frac{2\pi i}{\ln 10}$
60. Множество чисел z , для которых значениями $\text{Log}_{-1} z$ являются числа $\frac{\text{Arg} z}{\pi}$, имеет вид
- ☐ $\{z: |z| > 1\}$
- ☐ $\{z: |z| < 2\}$
- ☐ $\{z: |z| = 1\}$
- ☐ $\{z: |z| = 2\}$

Модуль IV. Интеграл от функции комплексной переменной

Тема 4.1. Определение и свойства интеграла от функции комплексной переменной. Сведение вычисления комплексного интеграла к вычислению интеграла от функции действительной переменной

61. Пусть L — спрямляемая кривая с началом z_0 и концом z' , $z_0, z_1, \dots, z_n = z'$ — точки, разбивающие L на дуги l_0, l_1, \dots, l_{n-1} ; $\theta_k \in l_k, k = \overline{0, n-1}$; f — непрерывная функция на L . Комплексная интегральная сумма для функции f , соответствующая данному разбиению кривой L , имеет вид
- ☐ $\sum_{k=0}^{n-1} f(z_{k+1})(\theta_k - z_k)$
- ☐ $\sum_{k=0}^{n-1} f(z_k)(z_{k+1} - \theta_k)$
- ☐ $\sum_{k=0}^{n-1} f(\theta_k)(z_{k+1} - z_k)$
- ☐ $\sum_{k=0}^{n-1} f(\theta_k)(z_k - z_{k+1})$
62. Интеграл от функции $f(z)$ вдоль кривой L в указанном направлении определяется как предел интегральных сумм при стремлении диаметра разбиения к
- ☐ 1
- ☐ 0
- ☐ ∞
63. Интеграл от функции комплексной переменной обладает следующими свойствами:
- ☐ $\int_{L^-} f(z) dz = - \int_L f(z) dz$, где L^- — кривая, получающаяся из кривой L изменением направления обхода на противоположное

- ☐ $\int_L (\sum_{k=1}^p c_k f_k(z)) dz = \sum_{k=1}^p (c_k \int_L f_k(z) dz)$, где c_1, c_2, \dots, c_p — произвольные постоянные
- ☐ $\int_{L_1 \cup L_2 \cup \dots \cup L_q} f(z) dz = \sum_{k=1}^q \int_{L_k} f(z) dz$, где $L_1 \cup L_2 \dots \cup L_q$ — кривая, составленная из таких дуг L_k , что конец L_k совпадает с началом L_{k+1} ($k = 1, 2, \dots, q - 1$)
- ☐ $|\int_L f(z) dz| \geq \int_L |f(z)| dl$ (в правой части неравенства фигурирует криволинейный интеграл первого рода)

64. Пусть L — нижняя полуокружность окружности $|z| = 2$, пробегаемая от $z_1 = -2$ до $z_2 = 2$. Тогда $\int_L (2x - 3iy) dz$ равен

- ☐ 0
- ☐ $2\pi i$
- ☐ $10\pi i$
- ☐ $5\pi i$

65. Пусть L — отрезок прямой с началом в точке $z_1 = 1$ и концом в точке $z_2 = i$. Тогда $\int_L \operatorname{Im} z dz$ равен

- ☐ $i - 1$
- ☐ $(i - 1)/2$
- ☐ $1 - i$
- ☐ $(1 - i)/2$

Тема 4.2. Интегральная теорема Коши. Теорема о составном контуре. Первообразная. Интегральная формула Коши

66. Если G — односвязная область комплексной плоскости, $f(z)$ — однозначная аналитическая в этой области функция, то для любой замкнутой спрямляемой кривой L , лежащей в области G , справедливы равенства

- ☐ $\int_L |f(z)| dz = 0$
- ☐ $\int_L f(z) dz = 0$
- ☐ $\int_L f^2(z) dz = 0$
- ☐ $\int_L \overline{f(z)} dz = 0$

67. Интегральная теорема Коши применима при вычислении интегралов

- ☐ $\int_{|z|=1/2} \frac{e^z dz}{z+1}$
- ☐ $\int_{|z|=1} \frac{\sin z dz}{z}$
- ☐ $\int_{\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1} \frac{dz}{z^2 + 1}$
- ☐ $\int_{|z-1|=1} \frac{\cos z dz}{z-4}$

68. Пусть функция $f(z)$ аналитична в многосвязной области D и на её границе, состоящей из конечного числа замкнутых простых спрямляемых кривых $\gamma, \gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$, причём все кривые $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ находятся во внутренней кривой γ . Тогда справедливо равенство

- ☐ $\oint_{\gamma} f(z) dz = \sum_{i=1}^n \oint_{\gamma_i} f(z) dz$, где все контуры пробегаются против часовой стрелки

- $\oint_{\gamma} f(z)dz = \sum_{i=1}^n \oint_{\gamma_i} f(z)dz$, где контур γ пробегается против часовой стрелки, а контуры $\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n$ — по часовой стрелке
 - $\oint_{\gamma} f(z)dz = \oint_{\gamma_1} f(z)dz = \dots = \oint_{\gamma_n} f(z)dz = 0$, где все контуры пробегаются против часовой стрелки
 - $\oint_{\gamma} f(z)dz = \sum_{i=1}^n \oint_{\gamma_i} f(z)dz = 0$, где все контуры пробегаются по часовой стрелке
69. Вставить пропущенное слово. Функция $\Phi(z)$, аналитическая в некоторой области D , называется ... для функции $f(z)$, если $\Phi'(z) = f(z)$ для всех $z \in D$.
70. Интеграл $\int_{-1-i}^{-1+i} \ln(z+1) dz$ вдоль пути, не пересекающего участок действительной оси $x \leq -1$, равен
- -2
 - $-2i$
 - $2i$
 - 2

Модуль V. Степенные ряды. Ряд Тейлора

Тема 5.1. Определение радиуса сходимости степенного ряда

71. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (i+z)^n}{3^{n+1} 2^{n-1}}$ равен
- 6
 - 2
 - 4
 - 5
72. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-2)^n z^{2n}}{n^2}$ равен
- $1/\sqrt{2}$
 - $3/\sqrt{2}$
 - $4/\sqrt{2}$
 - $5/\sqrt{2}$
73. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{e^{in}}$ равен
- ∞
 - 1
 - 10
 - 0
74. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z-1}{1-i}\right)^n \cdot n$ равен
- $\sqrt{7}$
 - $\sqrt{2}$
 - $\sqrt{5}$
 - 0

75. Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} (zn)^n$ равен

- 3
- 0
- 5
- 1

Тема 5.2. Разложение функции комплексной переменной в ряд Тейлора

76. Разложение функции e^{2z} в ряд Тейлора по степеням $z - i$ имеет вид

- $e^{2z} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{2i} \frac{2^n (z-i)^n}{n!}$
- $e^{2z} = \sum_{n=0}^{\infty} e^i \frac{2^n (z-i)^n}{n!}$
- $e^{2z} = \sum_{n=0}^{\infty} e^{2i} \frac{3^n (z-i)^n}{n!}$
- $e^{2z} = \sum_{n=0}^{\infty} e^i \frac{3^n (z-i)^n}{n!}$

77. Разложение функции $\sin(5z)$ в ряд Тейлора по степеням z имеет вид

- $\sin(5z) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{5^{2n-1} z^{2n-1}}{(2n-1)!}$
- $\sin(5z) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5^{2n-1} z^{2n-1}}{(2n-1)!}$
- $\sin(5z) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{5^{2n-1} z^{2n+1}}{(2n-1)!}$
- $\sin(5z) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{5^{2n-1} z^{2n+1}}{(2n-1)!}$

78. Разложение функции $\frac{1}{z+4}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $a = -1$ имеет вид

- $\frac{1}{z+4} = \frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(z+1)^n}{3^n}$
- $\frac{1}{z+4} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(z+1)^n}{3^n}$
- $\frac{1}{z+4} = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(z+1)^n}{3^n}$
- $\frac{1}{z+4} = \frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{(z+1)^n}{3^n}$

79. Разложение функции $\frac{1}{z^2+4}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $a = 0$ имеет вид

- $\frac{1}{z^2+4} = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{(2i)^{2n}}$
- $\frac{1}{z^2+4} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{(2i)^{2n}}$
- $\frac{1}{z^2+4} = \frac{1}{4} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{i^{2n}}$
- $\frac{1}{z^2+4} = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{i^{2n}}$

80. Разложение функции $\frac{z}{z+2}$ в ряд Тейлора в окрестности точки $a = 1$ имеет вид

- $\frac{z}{z+2} = 1 - \frac{2}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{z-1}{3}\right)^n$
- $\frac{z}{z+2} = 1 + \frac{2}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{z-1}{3}\right)^n$
- $\frac{z}{z+2} = -\frac{2}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{z-1}{3}\right)^n$
- $\frac{z}{z+2} = \frac{2}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \left(-\frac{z-1}{3}\right)^n$

Тема 5.3. Интегральная формула для n-й производной аналитической функции

81. Интеграл $\int_{|z-i|=4} \frac{\sin z}{(z-\frac{\pi}{3})^4} dz$, где контур интегрирования пробегается в положительном направлении, равен
- ☐ $-\frac{\pi i}{6}$
 - ☐ $\frac{\pi i}{6}$
 - ☐ $-\frac{\pi i}{3}$
 - ☐ $\frac{\pi i}{3}$
82. Интеграл $\int_{\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{2}=1} \frac{z^3+5z-4}{(1-z)^3} dz$, где контур интегрирования пробегается в положительном направлении, равен
- ☐ $-6\pi i$
 - ☐ $6\pi i$
 - ☐ $4\pi i$
 - ☐ $-4\pi i$
83. Интеграл $\int_{|z-1|=1/2} \frac{e^z}{z(z-1)^2} dz$, где контур интегрирования пробегается в положительном направлении, равен
- ☐ 0
 - ☐ $\frac{\pi i}{6}$
 - ☐ $-\frac{\pi i}{4}$
 - ☐ $\frac{\pi i}{3}$
84. Интеграл $\int_{|z|=3} \frac{\sin z}{(z-2)^{100}} dz$, где контур интегрирования пробегается в положительном направлении, равен
- ☐ $\frac{2\pi i \cos 2}{99!}$
 - ☐ $\frac{-2\pi i \cos 2}{99!}$
 - ☐ $\frac{\pi i \cos 2}{99!}$
 - ☐ $-\frac{\pi i \cos 2}{99!}$
85. Интеграл $\int_C \frac{dz}{z^5}$, где контур интегрирования C является квадратом с вершинами $1, 2+i, 1+2i, i$ и пробегается в положительном направлении, равен
- ☐ $\frac{2\pi i}{3}$
 - ☐ 0
 - ☐ $\frac{\pi i}{4}$
 - ☐ $-\frac{\pi i}{2}$

Тема 5.4. Нули аналитической функции

86. Функция $z^2(e^{z^2} - 1)$ имеет в точке $a = 0$ нуль порядка
- ☐ 3
 - ☐ 4
 - ☐ 2
 - ☐ 1
87. Функция $6 \sin(z^3) + z^3(z^6 - 6)$ имеет в точке $a = 0$ нуль порядка
- ☐ 13
 - ☐ 15
 - ☐ 12
 - ☐ 10
88. Функция $e^{\sin z} - e^{tg z}$ имеет в точке $a = 0$ нуль порядка
- ☐ 4
 - ☐ 3
 - ☐ 2
 - ☐ 1
89. Функция $\frac{(z^2+9)^2}{z^4}$ имеет в точке $a = 3i$ нуль порядка
- ☐ 4
 - ☐ 2
 - ☐ 3
 - ☐ 1
90. Функция $\frac{z^3-z^2+z}{z^5-1}$ имеет в точке $a = \frac{1-i\sqrt{3}}{2}$ нуль порядка
- ☐ 4
 - ☐ 1
 - ☐ 3
 - ☐ 2

Модуль VI. Ряды Лорана. Изолированные особые точки

Тема 6.1. Разложение функций в ряд Лорана

91. Ряд $\sum_{n=-\infty}^{\infty} 2^{-|n|} z^n$ сходится в области
- ☐ $\{z: \frac{1}{2} < |z| < 2\}$
 - ☐ $\{z: \frac{1}{2} < |z| < 3\}$
 - ☐ $\{z: 0 < |z| < 3\}$
 - ☐ $\{z: 0 < |z| < 2\}$
92. Ряд $\sum_{n=-1}^{-\infty} (z-i)^n$ сходится в области
- ☐ $\{z: 1 < |z-i|\}$
 - ☐ $\{z: \frac{1}{2} < |z-i|\}$
 - ☐ $\{z: 0 < |z-i|\}$
 - ☐ $\{z: 1/3 < |z-i|\}$

93. Ряд $\sum_{n=-\infty}^{\infty} 2^{-n^2} (z+1)^n$ сходится в областях

- ☐ $\{z: 0 < |z+1| < \infty\}$
- ☐ $\{z: |z+1| < \infty\}$
- ☐ $\{z: 1 < |z+1| < \infty\}$
- ☐ $\{z: 2 < |z+1| < 5\}$

94. Разложение функции $\frac{1}{z(1-z)}$ в ряд Лорана в кольце $0 < |z| < 1$ имеет вид

- ☐ $\sum_{n=-1}^{\infty} z^n$
- ☐ $\sum_{n=1}^{\infty} z^n$
- ☐ $\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} z^n$
- ☐ $\frac{1}{2} \sum_{n=-1}^{\infty} z^n$

95. Разложение функции $z^3 e^{1/z}$ в ряд Лорана в кольце $0 < |z| < \infty$ имеет вид

- ☐ $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n! z^{n-3}}$
- ☐ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n! z^{n-3}}$
- ☐ $\frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n! z^{n-3}}$
- ☐ $\frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n! z^{n-3}}$

Тема 6.2. Определение типа изолированной особой точки

96. Точка $z = 2\pi$ является для функции $\frac{z}{1-\cos z}$

- ☐ устранимой особой точкой
- ☐ полюсом второго порядка
- ☐ существенно особой точкой
- ☐ полюсом первого порядка

97. Точка $z = 0$ является для функции $\frac{z+1}{z^2}$

- ☐ устранимой особой точкой
- ☐ полюсом второго порядка
- ☐ существенно особой точкой
- ☐ полюсом первого порядка

98. Для функции $\operatorname{ctg} \frac{1}{z}$ точка $z = 0$

- ☐ не является изолированной особой точкой
- ☐ является полюсом первого порядка
- ☐ является устранимой особой точкой
- ☐ является существенно особой точкой

99. Для функции $\frac{1}{z-\sin z}$ точка $z = 0$

- ☐ не является изолированной особой точкой
- ☐ является полюсом третьего порядка
- ☐ является устранимой особой точкой
- ☐ является существенно особой точкой

100. Для функции $tg \frac{1}{z}$ точка $z = \infty$
- ☐ не является изолированной особой точкой
 - ☐ является полюсом первого порядка
 - ☐ является устранимой особой точкой
 - ☐ является существенно особой точкой

Модуль VII. Вычеты и их приложения

Тема 7.1. Вычисление вычетов функции

101. $res_{z=1} \frac{1}{z^3 - z^5}$ равен
- ☐ 0
 - ☐ -1
 - ☐ -1/2
 - ☐ $\frac{1}{2}$

102. $res_{z=-\pi} \frac{e^{2iz} - 1}{(z + \pi)^2}$ равен
- ☐ 0
 - ☐ -1
 - ☐ 2i
 - ☐ $-2i$

103. $res_{z=\infty} \frac{z^2 \sin \frac{1}{z}}{z-1}$ равен
- ☐ $-\frac{1}{2}$
 - ☐ 0
 - ☐ 1
 - ☐ -1

104. $res_{z=\infty} \frac{\cos^2 \frac{\pi}{z}}{z+1}$ равен
- ☐ 0
 - ☐ -1
 - ☐ $-\pi$
 - ☐ 1

105. $res_{z=\infty} \frac{2z^7 + 1}{z^6(z^2 + 1)}$ равен
- ☐ -2
 - ☐ -1

- $-\frac{1}{2}$
- 1

Тема 7.2. Вычисление комплексных интегралов с помощью вычетов

106. $\int_C \frac{zdz}{(z-1)(z-2)^2}$, где C – окружность $|z| = 3$, пробегаемая в положительном направлении, равен

- 1
- 0
- -2
- -1

107. $\int_C \frac{dz}{z^4 - 1}$, где C – прямоугольник с вершинами $2 + 2i$, $-2 + 2i$, $2 - \frac{i}{2}$, $-2 - \frac{i}{2}$, пробегаемый в положительном направлении, равен

- $\frac{\pi}{2}$
- 0
- $-\pi$
- $-\frac{\pi}{2}$

108. $\int_C \frac{dz}{e^z - 1}$, где C – окружность $|z - 3i| = 4$, пробегаемая в положительном направлении, равен

- $4\pi i$
- πi
- $2\pi i$
- $3\pi i$

109. $\int_C \operatorname{tg} \pi z dz$, где C – окружность $|z| = 100$, пробегаемая в положительном направлении, равен

- $-300i$
- $-200i$
- $-500i$
- $-400i$

110. $\int_C \frac{z^3}{z+1} e^{\frac{1}{z}} dz$, где C – окружность $|z| = 2$, пробегаемая в положительном направлении, равен

- $-\frac{2\pi i}{3}$

- ☐ $-\frac{4\pi i}{3}$
- ☐ $-2\pi i$
- ☐ $-\frac{\pi i}{3}$

Тема 7.3. Вычисление интегралов от функций действительной переменной с помощью вычетов

111. $\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2 \varphi}{13+12\cos \varphi} d\varphi$ равен

- ☐ $\frac{13\pi}{45}$
- ☐ $-\frac{13\pi}{45}$
- ☐ $\frac{3\pi}{2}$
- ☐ $-\frac{3\pi}{2}$

112. $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{3+\sin 2\varphi}$ равен

- ☐ $\frac{3\pi\sqrt{2}}{2}$
- ☐ $\frac{5\pi\sqrt{2}}{2}$
- ☐ $\frac{\pi\sqrt{2}}{2}$
- ☐ $\frac{4\pi\sqrt{2}}{2}$

113. $\int_0^{\pi} \frac{\cos^4 \varphi d\varphi}{1+\sin^2 \varphi}$ равен

- ☐ $2\pi(\sqrt{2}-\frac{3}{4})$
- ☐ $2\pi(\sqrt{3}-\frac{5}{4})$
- ☐ $2\pi(\sqrt{3}-\frac{3}{4})$
- ☐ $2\pi(\sqrt{2}-\frac{5}{4})$

114. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^6+1}$ равен

- ☐ $-\frac{2\pi}{3}$
- ☐ $\frac{\pi}{2}$
- ☐ $\frac{2\pi}{3}$
- ☐ $-\frac{\pi}{2}$

115. $\int_0^{\infty} \frac{x \sin 3x}{4+x^2} dx$ равен
- ☐ $\frac{3\pi}{2e^6}$
 - ☐ $\frac{\pi}{2e^4}$
 - ☐ $\frac{\pi}{e^4}$
 - ☐ $\frac{\pi}{2e^6}$

7.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

Семестр 4

№ п/п	Вопросы к экзамену
1	Комплексные числа и операции над ними.
2	Свойства модуля и аргумента комплексного числа.
3	Понятие сходящейся последовательности комплексных чисел.
4	Свойства пределов последовательностей комплексных чисел.
5	Понятие ограниченной последовательности комплексных чисел. Связь ограниченности и сходимости.
6	Бесконечно малые последовательности комплексных чисел и их свойства.
7	Бесконечно большие последовательности комплексных чисел и их свойства.
8	Определение предела функции комплексного переменного в конечной точке.
9	Определение предела функции комплексного переменного в бесконечно удалённой точке.
10	Понятие непрерывности функции в точке и области.
11	Арифметические свойства пределов функций.
12	Свойства бесконечно малых функций.
13	Свойства бесконечно больших функций.
14	Комплексные числовые ряды. Сумма ряда.
15	Признаки сходимости комплексных числовых рядов.
16	Свойства сходящихся рядов.
17	Абсолютно сходящиеся комплексные числовые ряды. Связь абсолютной сходимости и сходимости в обычном смысле.
18	Критерий абсолютной сходимости ряда.
19	Свойства абсолютно сходящихся рядов.
20	Условно сходящиеся ряды комплексных чисел. Примеры.
21	Кривые и области на комплексной плоскости.
22	Производная функции комплексной переменной в точке.
23	Дифференциал функции комплексной переменной.
24	Правила дифференцирования.

№ п/п	Вопросы к экзамену
25	Необходимые и достаточные условия дифференцируемости функции комплексной переменной в точке.
26	Понятие функции, аналитической в точке и области.
27	Понятие конформного отображения первого и второго рода. Геометрический смысл модуля и аргумента производной.
28	Дробно-линейная функция и её свойства.
29	Построение дробно-линейного отображения по образам трех точек.
30	Отображение круговых областей друг на друга при дробно-линейном отображении.
31	Степенная функция с натуральным показателем и её свойства.
32	Функция, обратная к степенной функции с натуральным показателем, и её свойства.
33	Комплексная экспонента и её свойства.
34	Натуральный логарифм и его свойства.
35	Определения тригонометрических функций комплексной переменной.
36	Определения гиперболических функций комплексной переменной.
37	Свойства тригонометрических функций комплексной переменной.
38	Свойства гиперболических функций комплексной переменной.
39	Обратные тригонометрические функции.
40	Обратные гиперболические функции.
41	Общая степенная функция.
42	Общая показательная функция.
43	Логарифм комплексного числа по произвольному основанию.
44	Понятие интеграла от функции комплексного переменного.
45	Свойства комплексных интегралов.
46	Формула, сводящая вычисление комплексного интеграла к вычислению интеграла от функции действительного переменного.
47	Интегральная теорема Коши. Теорема о составном контуре.
48	Понятие первообразной функции комплексной переменной.
49	Комплексный аналог формулы Ньютона-Лейбница.
50	Интегральная формула Коши.
51	Понятие степенного ряда. Область сходимости степенного ряда.
52	Формулы для вычисления радиуса сходимости степенного ряда.
53	Понятие равномерно сходящегося функционального ряда.
54	Свойства равномерно сходящихся рядов.
55	Понятие ряда Тейлора.
56	Разложение в ряд Тейлора основных элементарных функций.
57	Интегральная формула для вычисления n -й производной аналитической функции.
58	Простые и кратные нули аналитической функции.
59	Способы определения порядка нуля аналитической функции.
60	Понятие ряда Лорана. Область сходимости ряда Лорана.
61	Изолированные особые точки однозначной аналитической функции и их классификация.
62	Определение типа особой точки по виду разложения функции в ряд Лорана.
63	Понятие целой функции. Примеры целых функций.
64	Понятие мероморфной функции. Примеры мероморфных функций.
65	Понятие вычета функции в конечной изолированной особой точке.
66	Основная теорема о вычетах.
67	Формулы для вычисления вычетов функции в конечных изолированных особых точках.

№ п/п	Вопросы к экзамену
68	Понятие вычета функции в бесконечно удалённой точке.
69	Формулы для вычисления вычета функции в бесконечно удалённой точке.
70	Формулы для вычисления интегралов от функций действительной переменной с помощью вычетов.

7.3.2. Критерии и нормы оценки

Семестр	Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
4	Экзамен (по накопительному рейтингу)	«отлично»	Оценка «отлично» ставится при наборе от 80 до 100 итоговых баллов.
		«хорошо»	Оценка «хорошо» ставится при наборе от 60 до 79 итоговых баллов.
		«удовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно» ставится при наборе от 40 до 59 итоговых баллов.
		«неудовлетворительно»	Оценка «неудовлетворительно» ставится при наборе менее 40 итоговых баллов.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	А. В. Пантелеев, А. С. Якимова	Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах	Учебное пособие	2015	ЭБС «Лань»
2	В. Д. Черненко	Высшая математика в примерах и задачах. В 3 т. Т. 1	Учебное пособие	2016	ЭБС «IPRbooks»
3	В. Д. Черненко	Высшая математика в примерах и задачах. В 3 т. Т. 2	Учебное пособие	2016	ЭБС «IPRbooks»
4	Е. С. Половинкин	Теория функций комплексного переменного	Учебник	2017	ЭБС “ZNANIUM.COM”

8.2. Дополнительная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
5	Э. И. Зверович	Вещественный и комплексный анализ. В 6 ч. Кн.4. Ч.6. Теория аналитических функций комплексного переменного	Учебное пособие	2014	ЭБС «IPRbooks»
6	И. М. Петрушко [и др.]	Курс высшей математики	Учебное пособие	2010	ЭБС «Лань»

8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

ЭБС «Лань»;
ЭБС «IPRbooks».

8.4. Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование ПО	Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)
1	Windows	Бессрочно
2	Office Standart	Бессрочно

8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-305).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая)
2	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-411).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, доска аудиторная (меловая)
3	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-310).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая)
4	Учебная аудитория для проведения	Столы ученические двухместные

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
	занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-413).	(моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая)
5	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-418).	Столы ученические двухместные (моноблок), доска аудиторная 3-х секционная (меловая), стол преподавательский, стулья, проектор Acer
6	Компьютерный класс. Помещение для самостоятельной работы. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (Г-401).	Столы ученические, стулья ученические, ПК с выходом в сеть Интернет