МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Б1.О.14
(индекс дисциплины)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Основы дискретной математики и логики
(наименование дисциплины)

по направлению подготовки
09.03.03 Прикладная информатика

направленность (профиль)
Цифровая трансформация бизнеса

Форма обучения: заочная

Год набора: 2021

Общая трудоемкость: 3 ЗЕ

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр	4	**Итого**
Форма контроля / **Вид занятий**	Зачет	
Лекции	4	4
Лабораторные		
Практические	6	6
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация	0,25	0,25
Контактная работа	10,25	10,25
Самостоятельная работа	94	94
Контроль	3,75	3,75
Итого	108	108

Рабочую программу составил(и):

Доцент кафедры «Прикладная математика и информатика», к. ф.-м. н., Лелонд О.В.

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рецензирование рабочей программы дисциплины:

☒ Отсутствует

☐ Рецензент

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана направления подготовки

09.03.03 Прикладная информатика

Срок действия рабочей программы дисциплины до «31» августа 2026 г.

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры

«Прикладная математика и информатика»

(протокол заседания №1 от «28» августа 2020 г.).

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 0101AEC60064AF94AD41EA4854441FD671
Владелец: Гущина Оксана Михайловна
Действителен: с 07.12.2022 до 07.12.2023

1. Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – формирование у студентов навыков логического мышления и умения применять аппарат современной дискретной математики при решении прикладных задач.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплины и практики, на освоении которых базируется данная дисциплина: Основы программирования, Адаптивный курс математики.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: Высшая математика.

3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	**Индикаторы достижения компетенций** (код и наименование)	**Планируемые результаты обучения**
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИОПК-1.1 Демонстрирует знания основ математики, физики, вычислительной техники и программирования ИОПК-1.2 Оценивает теоретические и экспериментальные исследования объектов профессиональной деятельности ИОПК-1.3 Демонстрирует умение применять методы математического анализа и моделирования	Знать: основные понятия и утверждения дискретной математики и логики, методы решения типовых задач, основные принципы математического моделирования
		Уметь: применять на практике основные положения и методы дискретной математики и логики, методы математического моделирования
		Владеть: навыками практического использования основных положений и методов дискретной математики и логики, построения и исследования математических моделей

4. Структура и содержание дисциплины

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль 1. Множества. Соответствия. Отношения.	Пр	Множества и операции над ними. Соответствия между множествами. Отношения и их свойства.	4	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, контрольная работа, зачет
	СР	Работа с учебной литературой, выполнение контрольной работы.		12	-	-	
Модуль 2. Комбинаторика.	Пр	Перестановки, сочетания, размещения. Принцип включения и исключения. Полиномиальная и биномиальная формулы.	4	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, контрольная работа, зачет
	СР	Работа с учебной литературой, выполнение контрольной работы.		12	-	-	
Модуль 3. Теория графов.	Пр	Понятие графа. Смежность, инцидентность, степени вершин. Маршруты, цепи, циклы. Изоморфизм графов. Способы задания графов.	4	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, зачет
	СР	Полные и двудольные графы. Операции над графами. Связность. Диаметр, радиус, центр графа.		4	-	-	
	СР	Деревья. Остов графа. Планарные графы. Эйлеровы и гамильтоновы графы.		4	-	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль 4. Алгебра высказываний.	СР	Высказывания и операции над ними. Понятие формулы алгебры высказываний. Эквивалентные преобразования формул. Закон двойственности.	4	6	-	-	Индивидуальное домашнее задание, зачет
Модуль 5. Булевы функции.	Лек	Булевы функции. Реализация функций формулами. Эквивалентность формул. Принцип двойственности. Нормальные формы. Тупиковая, минимальная и сокращенная ДНФ. Методы получения сокращенной и минимальной ДНФ.	4	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, контрольная работа, зачет
	СР	Полные системы булевых функций. Полином Жегалкина. Замкнутые классы. Теорема о полноте.		4	-	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение контрольной работы.		12	-	-	
Модуль 6. Алгебра предикатов.	Лек	Понятие предиката. Логические и кванторные операции над предикатами. Формулы логики предикатов.	4	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, контрольная работа, зачет
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение контрольной работы.		12	-	-	
	СР	Индивидуальное домашнее задание	4	28	-	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	ПА		4	0,25	-	-	
	Контроль		4	3,75	-	-	
			Итого:	**108**	**-**		

5. Образовательные технологии

Технология традиционного обучения: лекции 1,2, практические занятия 1-3.

6. Методические указания по освоению дисциплины

Для успешного освоения дисциплины необходимы посещение студентами лекционных и практических занятий, самостоятельная работа студентов с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение индивидуального домашнего задания и всех предусмотренных в семестре контрольных работ.

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет.

В ходе лекционных занятий полезно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Студент может дополнить список предложенной литературы современными источниками, не представленными в списке, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и выпускных квалификационных работ.

Студентам следует

- при подготовке к практическим занятиям обязательно использовать не только лекции, учебную литературу, но и другие источники;
- в начале занятий задавать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и использовании при решении задач, предложенных для самостоятельного решения;
- на занятиях доводить каждую задачу до окончательного ответа, демонстрировать понимание проведенных расчетов (рассуждений), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что решение задач проводится по рассмотренному на лекциях материалу и связано, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться студентом на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и в процессе решения задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (что очень важно) для активной проработки лекционного материала.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений (рассуждений, преобразований) составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение задач следует излагать подробно, вычисления (рассуждения, преобразования) располагать в строгом порядке. Решение при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Полезно (если это возможно) решать задачу несколькими способами и сравнивать полученные результаты. Решение задач определённого типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Подготовка к зачету способствует закреплению, углублению и систематизации знаний, получаемых в процессе обучения. Готовясь к зачету, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, упорядочивает свои знания. На зачете студент демонстрирует как теоретические знания, приобретённые в процессе обучения по данной учебной дисциплине, так и навыки их практического использования при решении задач.

Необходимо ориентировать студентов на систематическую подготовку к занятиям в течение семестра, поскольку это позволит освоить основы изучаемой дисциплины, а время экзаменационной сессии можно будет использовать для систематизации уже имеющихся знаний.

7. Оценочные средства

7.1. Паспорт оценочных средств

Семестр	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
4	ОПК-1	*Вопросы к зачету №1-70* *Индивидуальное домашнее задание, контрольные работы №1,2,3*

7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

7.2.1. <u>Индивидуальное домашнее задание по курсу «Основы дискретной математики и логики»</u>

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Вариант 1

Задание 1. Справедливо ли в общем случае утверждение: если $A \subseteq B$ и $B \in C$ и $C \subset D$ то $A \subseteq D$? Может ли при некоторых A, B, C, D выполняться набор условий: $A \subseteq B$, $B \in C$, $C \subset D$, $A \subseteq D$?

Задание 2. Для универсального множества U={-5,-4,-3,-2,-1, 1, 2, 3, 4, 5}, множества A={-1; 1; 4;3} и множества B, являющегося множеством корней уравнения $x^4+x^3-12x^2-28x-16=0$,

а) найти множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, $\bar{A}$, $C=(A \Delta B)\Delta A$,

б) выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств A и C: $A \subset C$, или $C \subset A$, или A=C, или $A \cap C=\varnothing$, или A и C находятся в общем положении,

в) найти множество всех подмножеств множества B.

Задание 3. Пусть A, B, C, - множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют условиям $x^2+y^2 \le 6y$, $x^2+y+1 \ge 0$ и $|x| \le 6, -3 \le y \le -2$ соответственно. Изобразите в системе координат x0y множество D, полученное из множеств A, B и C по формуле $(A \cup B)\Delta C$. .

Задание 4. Существуют ли множества A, B, X такие, что выполняется набор условий $X \setminus B = A \setminus B = \overline{A \cup B} = \varnothing$, $\overline{B} \ne \varnothing$? Существуют ли множества N, P, E такие, что выполняется набор условий $N \setminus E = N \setminus P = \varnothing$, $E \setminus P \ne \varnothing$?

Задание 5. Выяснить взаимное расположение множеств $D = B \cup \overline{X}$, $E=(B \cap X) \cup (\overline{X} \setminus (B \cap A))$, $F=(\overline{B} \cap \overline{X}) \cup (B \cap (X \setminus A))$, если A, B, X – произвольные подмножества универсального множества U.

Задание 6. Упростить выражение $\overline{((A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A \cup B})) \cap (B \cap \overline{C})}$.

Задание 7. Проверить справедливость равенства $A \times C=(A \times (C \setminus B)) \cup (A \times (C \cap B))$ для A={1,2}, B={2,3}, C={1,3}. Выяснить, верно ли данное равенство для произвольных A, B, C.

Задание 8. Для данного графика P={(1,2), (1,3), (4,2), (2,3), (3,3)} найти:

P^{-1}, $P \circ P$, $P^{-1} \circ P$, $пр_2(P^{-1} \circ P) \times пр_1(P \circ P)$.

Задание 9. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Найти образ множества A и прообраз множества B при данном соответствии. Построить соответствие между бесконечными множествами, обладающее тем же набором свойств, что и Г. Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположным данному. X={ a, b, c, d, e}, Y={1, 2, 3}, G={(a,2), (b,3), (c,1), (d,2), (e,1)}, A={ e,c }, B={2,3}.

Задание 10. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположным данному. X – множество многочленов 2-й степени от одной переменной с действительными коэффициентами, Y=R, Г={(многочлен, его корень)}.

Задание 11. Проверить для произвольных отношений Φ и Ψ справедливость утверждения: «Если отношения Φ и Ψ обладают свойством антирефлексивности, то отношение $T=\Phi\cup\Psi$ также обладает свойством антирефлексивности».

Задание 12. Сколькими способами из колоды в 36 листов можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, чтобы в этом наборе были в точности 1 «король», 2 «дамы», 1 «пиковая» карта?

Задание 13. Сколько существует различных перестановок букв слова «атаман», при которых согласные идут в алфавитном порядке, а буквы «а» не стоят рядом?

Задание 14. Найти наибольший член разложения бинома $(\sqrt{5}+3)^{17}$.

Задание 15. Из данной пропорции найти x и y. $C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 5:4:2$.

Задание 16. Найти коэффициент при x^{23} в разложении выражения $P=(2+x^2-x^3)^{13}$ по полиномиальной формуле, полученный после раскрытия скобок и приведения подобных членов.

Задание 17. Сколько натуральных чисел от 1 до 10000 не делится ни на 4, ни на 5, ни на 6, ни на 7?

Задание 18. Подсчитать количество различных перестановок цифр числа 4244522, при которых никакие 3 одинаковые цифры не следуют друг за другом.

Задание 19. Построить таблицу значений булевой функции $f(x, y, z)= x \oplus y \wedge z \to \bar{x} \vee \bar{z}$.

Задание 20. Записать таблицу значений функции h(x,y), являющейся суперпозицией функций f_1 и f_2, если f_1=(1001 0111), f_2=(0110 1011), $h(x,y)=f_1(x, f_2(x,x,y),y)$.

Задание 21. Для данной функции f(x,y,z) выяснить какие ее переменные являются фиктивными, а какие существенными. Выразить f(x,y,z) формулой, содержащей только существенные переменные. f(x,y,z) =(1011 1011).

Задание 22. Преобразовать данную формулу f(x,y,z) в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных. f(x,y,z) = $x\bar{y}z \vee \bar{\bar{x}} \vee y \vee z \vee x\bar{y} \vee x\bar{y}\bar{z}$.

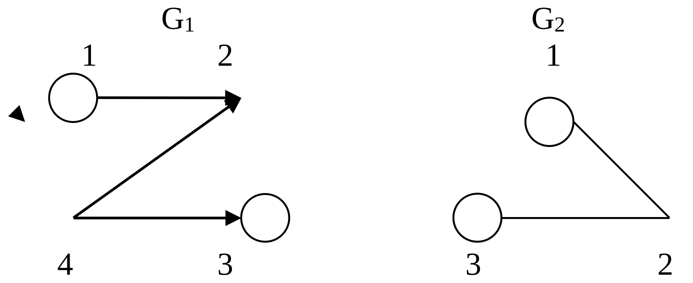
Задание 23. Выяснить вопрос о равносильности ДНФ f_1, f_2, f_3 сведением их к СДНФ. Преобразовать с помощью дистрибутивных законов f_2 в КНФ, упростить полученное выражение. $f_1 = \bar{x}\bar{y} \vee x\bar{y} \vee yz,\ f_2 = x\bar{y} \vee xz,\ f_3 = \bar{y} \vee z$.

Задание 24. Найти двумя способами полином функции. Найти СДНФ, СКНФ. f=(1001 0111).

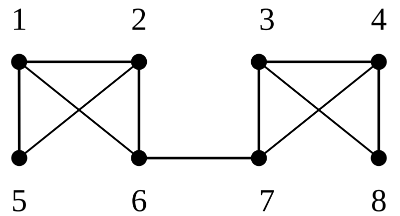
Задание 25. Доопределить функции f(x,y,z), g(x,y,z), h(x,y,z) так, чтобы $f\in M, g \in L, h \in S$. Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это. Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0, T_1.

f=(-10- 1---), g=(-10- -0-0), h=(-0-- 11-1).

Задание 26. Даны графы G_1 и G_2 . Найдите $G_1 \cup G_2$, $G_1 \cap G_2$, $G_1 \oplus G_2$ аналитически и изобразить результат графически. Для графа $G_1 \cup G_2$ найдите матрицу смежности, матрицу инцидентности, компоненты сильной связности, маршруты (но не цепи) длины 7; простые цепи, простые циклы, исходящие из вершины 1.



Задание 27. Найдите степени всех вершин, радиус и диаметр графа G. Найдите хроматическое число графа, проведя его раскраску по методу минимальной раскраски. Является ли изображенный граф планарным?



Задание 28. Составив таблицы истинности, выясните, равносильны ли следующие формулы алгебры высказываний: $F(X,Y,Z) = \neg[\ \neg X \leftrightarrow ((Y \vee \neg Z) \rightarrow \neg\ (X \vee \neg Y))\ ]$, $G(X,Y,Z) = ((\neg X \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Z)) \wedge \neg Y$.

Задание 29. Докажите, что формула $((P \rightarrow Q) \wedge (R \rightarrow S) \wedge (P \vee R)) \rightarrow (Q \vee S)$ является тавтологией алгебры высказываний.

Задание 30. Определить значение истинности высказывания

$\exists a \forall b \exists x (x^2 + ax + b = 0)$, где $a, b, x \in R$.

Задание 31. Найти множество истинности предиката $P(x) =$"$|3x+2| > |x|$", определённого на R.

Задание 32. Найти множество истинности предиката $P(x, y) =$ "$(|x| > 2) \rightarrow (|x| < 3)$", определённого на R^2.

Задание 33. Для предикатов, заданных на R, выяснить, является ли первый предикат является следствием второго, а второй - следствием первого.

"$cos x = 7$", "$3x^2 + 4 = -2$".

Задание 34. Привести пример множества, на котором предикаты "$x -$ простое число" и "$x -$ нечётное число" равносильны.

Задание 35. Выяснить, является ли выполнимой формула

$\exists x \forall y R(x, y) \rightarrow \overline{P(x, y)}$.

Задание 36. Выяснить, является ли общезначимой формула

$\exists x (P(x) \rightarrow Q(x)) \leftrightarrow (\forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x))$.

Задание 37. Привести заданную формулу к приведённой форме. $\overline{\forall x P(x) \rightarrow Q(y) \rightarrow \forall z R(z)}$.

Задание 38. Привести заданную формулу к предваренной нормальной форме.

$\forall x P(x) \rightarrow \overline{Q(y) \rightarrow \forall z R(z)}$.

Вариант 2

Задание 1. Справедливо ли в общем случае утверждение: если $A \in B$ и $B \in C$ и $C \subseteq D$ то $A \in D$? Может ли при некоторых A, B, C, D выполняться набор условий: $A \in B$, $B \in C$, $C \subseteq D$, $A \in D$?

Задание 2. Для универсального множества U={-5,-4,-3,-2,-1, 1, 2, 3, 4, 5}, множества A={-1; 1; 2; 3} и множества B, являющегося множеством корней уравнения $x^4+7x^3+13x^2-3x-18=0$,

а) найти множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, $\bar{A}$, $C=(A \Delta B) \Delta A$, б) выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств А и С: $A\subset C$, или $C\subset A$, или А=С, или $A\cap C=\varnothing$, или А и С находятся в общем положении,

в) найти множество всех подмножеств множества В.

Задание 3. Пусть А, В, С, - множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют условиям $y \le 4/x$, $x^2 + y^2 \le 25$ и $|x| \le 1, |y| \le 1$ соответственно. Изобразите в системе координат x0y множество D, полученное из множеств А, В и С по формуле $(A \cap B) \backslash C$. .

Задание 4. Существуют ли множества А, В, Х такие, что выполняется набор условий $X \setminus B = A \setminus B = \varnothing$, $(X \cap B) \setminus A \neq \varnothing$? Существуют ли множества N, P, E такие, что выполняется набор условий $E \setminus P = N \setminus E = \varnothing$, $N \setminus P \neq \varnothing$?

Задание 5. Выяснить взаимное расположение множеств $D = (A \setminus X) \cup \overline{B \cup X}$, $E = A \cup \overline{B} \cup X$, $F = (\overline{B} \cap \overline{X}) \cup (B \cap A)$, если А, В, Х – произвольные подмножества универсального множества U.

Задание 6. Упростить выражение $\overline{(\overline{A} \cap B) \cup (A \cup C) \cap (\overline{\overline{A} \cap C})}$.

Задание 7. Проверить справедливость равенства $A\times C=(A\times(C\cap B))\cup (A\times C)$ для A={1,2}, B={2,3}, C={1,3}. Выяснить, верно ли данное равенство для произвольных А, В, С.

Задание 8. Для данного графика P={(2,2), (4,4), (1,2), (3,1), (3,4)} найти:

P^{-1}, $P\circ P$, $P^{-1}\circ P$, $пр_2(P^{-1}\circ P) \times пр_1(P\circ P)$.

Задание 9. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Найти образ множества А и прообраз множества В при данном соответствии. Построить соответствие между бесконечными множествами, обладающее тем же набором свойств, что и Г. Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположным данному. X={ a, b, c, d}, Y={1, 2, 3, 4}, G={(a,4), (b,3), (c,2), (d,1)}, A={ a,b }, B={1,3}.

Задание 10. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположным данному. X – множество кругов на плоскости, Y – множество точек на плоскости, Г={(круг, его центр)}.

Задание 11. Проверить для произвольных отношений Φ и Ψ справедливость утверждения: «Если отношения Φ и Ψ обладают свойством антирефлексивности, то отношение $T=\Phi\cap\Psi$ также обладает свойством антирефлексивности».

Задание 12. Сколькими способами из колоды в 36 листов можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, чтобы в этом наборе были в точности 1 «крестовая» карта, 2 «дамы» и не было «червей»?

Задание 13. Сколько существует различных перестановок букв слова «ворон», при которых буквы «о» не стоят рядом?

Задание 14. Найти наибольший член разложения бинома $(\sqrt{3} + 10)^{17}$.

Задание 15. Из данной пропорции найти x и y. $C_x^{y+1} : C_x^{y} : C_x^{y-1} = 3 : 3 : 2$.

Задание 16. Найти коэффициент при x^{96} в разложении выражения $P=(1+x^6-x^{10})^{17}$ по полиномиальной формуле, полученный после раскрытия скобок и приведения подобных членов.

Задание 17. Сколько натуральных чисел от 1 до 10000 не делится ни на 2, ни на 3, ни на 4, ни на 5?

Задание 18. Подсчитать количество различных перестановок цифр числа 6858757, при которых никакие 2 одинаковые цифры не следуют друг за другом.

Задание 19. Построить таблицу значений булевой функции f(x, y, z)= $(x \mid y) \rightarrow \bar{z} \wedge y \oplus z$.

Задание 20. Записать таблицу значений функции h(x,y), являющейся суперпозицией функции f, если f=(0110 1011), h(x,y)= f(x, f(y,x,y),x).

Задание 21. Для данной функции f(x,y,z) выяснить какие ее переменные являются фиктивными, а какие существенными. Выразить f(x,y,z) формулой, содержащей только существенные переменные. f(x,y,z) =(0011 1100).

Задание 22. Преобразовать данную формулу f(x,y,z) в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных. f(x,y,z) = $xy\bar{z} \vee yz \vee \bar{x} \vee \overline{x \vee y \vee z}$.

Задание 23. Выяснить вопрос о равносильности ДНФ f_1, f_2, f_3 сведением их к СДНФ. Преобразовать с помощью дистрибутивных законов f_2 в КНФ, упростить полученное выражение. $f_1 = \bar{y}\bar{z} \vee xz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{y}\bar{x}$, $f_2 = \bar{x}\bar{y} \vee x\bar{y} \vee yz$, $f_3 = \bar{z}\bar{x} \vee \bar{y} \vee xz$.

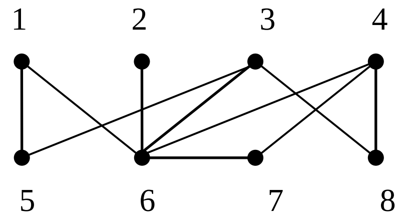
Задание 24. Найти двумя способами полином функции. Найти СДНФ, СКНФ. f=(0110 1011).

Задание 25. Доопределить функции f(x,y,z), g(x,y,z), h(x,y,z) так, чтобы f$\in M, g \in L, h \in S$. Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это. Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0, T_1.

f=(---0 1---), g=(0--- 110-), h=(11-- 10--).

Задание 26. Даны графы G_1 и G_2 . Найдите $G_1 \cup G_2$, $G_1 \cap G_2$, $G_1 \oplus G_2$ аналитически и изобразить результат графически. Для графа $G_1 \cup G_2$ найдите матрицу смежности, матрицу инцидентности, компоненты сильной связности, маршруты (но не цепи) длины 7; простые цепи, простые циклы, исходящие из вершины 1.

Задание 27. Найдите степени всех вершин, радиус и диаметр графа G. Найдите хроматическое число графа, проведя его раскраску по методу минимальной раскраски. Является ли изображенный граф планарным?



Задание 28. Составив таблицы истинности, выясните, равносильны ли следующие формулы алгебры высказываний: F(X,Y,Z) = $((X\rightarrow\neg Y)\vee Z) \wedge (\neg(X\wedge Y)\leftrightarrow\neg Z)$, G(X,Y,Z) = $(X\wedge Y\wedge Z)\vee((X\rightarrow\neg Y)\wedge\neg Z)$.

Задание 29. Докажите, что формула $((P\rightarrow R)\wedge(Q\rightarrow S)\wedge(\neg R\vee\neg S))\rightarrow(\neg P\vee\neg Q)$ является тавтологией алгебры высказываний.

Задание 30. Определить значение истинности высказывания

$\forall x(((x > 1) \vee (x < 2)) \leftrightarrow (x = x))$, где $x \in R$.

Задание 31. Найти множество истинности предиката $P(x) =$"$|5x+3| > 2|x|$", определённого на R .

Задание 32. Найти множество истинности предиката $P(x,y) = "(|x| > 1) \to (|x| < 5)"$, определённого на R^2 .

Задание 33. Для предикатов, заданных на R, выяснить, является ли первый предикат является следствием второго, а второй - следствием первого.

$"\sin x = -1", "x^2 + 3 = 0"$.

Задание 34. Привести пример множества, на котором предикаты "$x -$ составное число" и "$x -$ чётное число" равносильны.

Задание 35. Выяснить, является ли выполнимой формула

$\forall z R(z) \leftrightarrow \exists x Q(x,y)$.

Задание 36. Выяснить, является ли общезначимой формула

$\forall xy P(x,y) \to \exists x \forall y P(x,y)$.

Задание 37. Привести заданную формулу к приведённой форме. $\exists xy(P(x,y) \leftrightarrow (\bar{Q}(x,y) \to R(x,y)))$.

Задание 38. Привести заданную формулу к предваренной нормальной форме.

$\forall y Q(x,y) \to \exists x R(x,x)$.

Вариант 3

Задание 1. Справедливо ли в общем случае утверждение: если $A \subseteq B$ и $B \subseteq C$ и $C \in D$ то $A \in D$? Может ли при некоторых A, B, C, D выполняться набор условий: $A \subseteq B$, $B \subseteq C$, $C \in D$, $A \in D$?

Задание 2. Для универсального множества U={-5,-4,-3,-2,-1, 1, 2, 3, 4, 5}, множества A={-1; 1; 4;3} и множества B, являющегося множеством корней уравнения $x^4-2x^3-12x^2+18x+27=0$,

а) найти множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, $\bar{A}$, $C=(A \Delta B) \Delta A$,

б) выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств A и C: $A \subset C$, или $C \subset A$, или A=C, или $A \cap C = \varnothing$, или A и C находятся в общем положении,

в) найти множество всех подмножеств множества B.

Задание 3. Пусть A, B, C, - множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют условиям $0 \le y \le \sqrt{x}$; $2 \le x \le 6, -3 \le y \le 1$ и $x^2 + y^2 \le 18x$ соответственно. Изобразите в системе координат x0y множество D, полученное из множеств A, B и C по формуле $(A \cup B) \setminus C$.

Задание 4. Существуют ли множества A, B, X такие, что выполняется набор условий $B \setminus A = A \cap X = \varnothing$, $D \cap X \ne \varnothing$? Существуют ли множества N, P, E такие, что выполняется набор условий $N \cap E = \overline{E \cup N} = \overline{P} = \varnothing$, $N \ne \varnothing$?

Задание 5. Выяснить взаимное расположение множеств $D = (A \Delta X) \cup (B \cap A)$, $E = A \cup X$, $F = (A \setminus X) \cup (B \cap X) \cup (X \setminus A)$, если A, B, X – произвольные подмножества универсального множества U.

Задание 6. Упростить выражение $\overline{A} \cup (\overline{A \cup \overline{B} \cup \overline{C}}) \cup (B \cap (\overline{A \cup C}))$.

Задание 7. Проверить справедливость равенства $A \times (B \Delta C) = (A \times (C \cup B)) \setminus (A \times (C \cap B))$ для A={1,2}, B={2,3}, C={1,3}. Выяснить, верно ли данное равенство для произвольных A, B, C.

Задание 8. Для данного графика P={(1,2), (2,3), (3,1), (2,2), (3,2)} найти:

P^{-1}, $P \circ P$, $P^{-1} \circ P$, $пр_2(P^{-1} \circ P) \times пр_1(P \circ P)$.

Задание 9. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Найти образ множества A и прообраз множества B при данном соответствии. Построить соответствие между бесконечными множествами, обладающее тем же набором свойств, что и Г. Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположным данному. X={ a, b, c, d}, Y={1, 2, 3, 4, 5}, G={(a,3), (b,5), (c,4), (d,1)}, A={ a,c }, B={1, 4}.

Задание 10. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположным данному. X= $(0, \infty)$, Y=[-1; 1], , Г={(x, y): x^2<y}.

Задание 11. Проверить для произвольных отношений Φ и Ψ справедливость утверждения: «Если отношения Φ и Ψ обладают свойством антирефлексивности, то отношение Т=Φ\Ψ также обладает свойством антирефлексивности».

Задание 12. Сколькими способами из колоды в 36 листов можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, чтобы в этом наборе был в точности 1 «туз» и хотя бы 4 «крестовые» карты?

Задание 13. Сколько существует различных перестановок букв слова «интернирование», при которых согласные и гласные чередуются, гласные идут в алфавитном порядке?

Задание 14. Найти наибольший член разложения бинома $(\sqrt{5} + 2)^{13}$.

Задание 15. Из данной пропорции найти x и y. $C_x^{y+2} : C_x^{y+1} : C_x^{y} = 42 : 35 : 20$.

Задание 16. Найти коэффициент при x^{80} в разложении выражения $P=(4-x^8+x^6)^{14}$ по полиномиальной формуле, полученный после раскрытия скобок и приведения подобных членов.

Задание 17. Сколько натуральных чисел от 1 до 10000 не делится ни на 3, ни на 4, ни на 5, ни на 8?

Задание 18. Подсчитать количество различных перестановок цифр числа 1249248, при которых никакие 2 одинаковые цифры не следуют друг за другом.

Задание 19. Построить таблицу значений булевой функции $f(x, y, z)= (x \to \bar{y}) \oplus z \vee x$.

Задание 20. Записать таблицу значений функции h(x,y), являющейся суперпозицией функции f , если f=(1001 0111), h(x,y)=f(x, f(x,x,y),y).

Задание 21. Для данной функции f(x,y,z) выяснить какие ее переменные являются фиктивными, а какие существенными. Выразить f(x,y,z) формулой, содержащей только существенные переменные. f(x,y,z) =(0101 1111).

Задание 22. Преобразовать данную формулу f(x,y,z) в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных. f(x,y,z) = $x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y} \vee \overline{x \vee y \vee z} \vee xyz$.

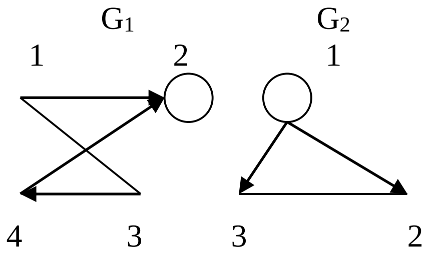
Задание 23. Выяснить вопрос о равносильности ДНФ f_1, f_2, f_3 сведением их к СДНФ. Преобразовать с помощью дистрибутивных законов f_2 в КНФ, упростить полученное выражение. $f_1 = \bar{y}\bar{z} \vee xz \vee \bar{x}\bar{y}$, $f_2 = \bar{z}y \vee \bar{x}y \vee \bar{y}\bar{x} \vee \bar{y}z$, $f_3 = \bar{x} \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z}$.

Задание 24. Найти двумя способами полином функции. Найти СДНФ, СКНФ. f=(1110 0111).

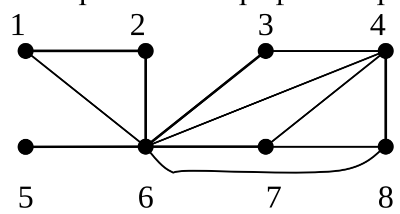
Задание 25. Доопределить функции f(x,y,z), g(x,y,z), h(x,y,z) так, чтобы f$\in M, g \in L, h \in S$. Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это. Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0, T_1.

f=(--- 0 -10-), g=(---0 0-10), h=(-1-- 01-0).

Задание 26. Даны графы G_1 и G_2 . Найдите $G_1 \cup G_2$, $G_1 \cap G_2$, $G_1 \oplus G_2$ аналитически и изобразить результат графически. Для графа $G_1 \cup G_2$ найдите матрицу смежности, матрицу инцидентности, компоненты сильной связности, маршруты (но не цепи) длины 7; простые цепи, простые циклы, исходящие из вершины 1.



Задание 27. Найдите степени всех вершин, радиус и диаметр графа G. Найдите хроматическое число графа, проведя его раскраску по методу минимальной раскраски. Является ли изображенный граф планарным?



Задание 28. Составив таблицы истинности, выясните, равносильны ли следующие формулы алгебры высказываний: F(X, Y, Z) = $(\neg(X\leftrightarrow(Y\vee\neg Z))\wedge\neg X)\to(\neg(X\vee\neg Y)\leftrightarrow Z)$; G(X, Y, Z) = $X\vee(Y\leftrightarrow Z)$.

Задание 29. Докажите, что формула $((P\to Q)\wedge(R\to S)\wedge(P\vee R))\to(Q\vee S)$ является тавтологией алгебры высказываний.

Задание 30. Определить значение истинности высказывания
$\forall x\exists y(|x-y|\leq 3)$, где $x, y\in R$.

Задание 31. Найти множество истинности предиката $P(x)="|7x-1|>3|x|"$, определённого на R .

Задание 32. Найти множество истинности предиката $P(x,y)="(|x|>4)\to(|x|<7)"$, определённого на R^2 .

Задание 33. Для предикатов, заданных на R, выяснить, является ли первый предикат является следствием второго, а второй - следствием первого.
$"x=\pi/2","\cos x>1"$.

Задание 34. Привести пример множества, на котором предикаты "x больше 7" и "$x-$ нечётное число" равносильны.

Задание 35. Выяснить, является ли выполнимой формула
$\overline{P}(x)\vee\exists z(R(z)\to Q(z))$.

Задание 36. Выяснить, является ли общезначимой формула
$\exists x(P(x)\to Q(x))\to(\exists xP(x)\to\exists xQ(x))$.

Задание 37. Привести заданную формулу к приведённой форме.
$\exists x(\forall yP(y)\to Q(x))\wedge\overline{\forall y\exists x\forall y(Q(x)\to P(y)}$.

Задание 38. Привести заданную формулу к предваренной нормальной форме.
$\exists x(\forall yP(y)\to Q(x))\wedge\overline{\forall y\exists x\forall y(Q(x)\to P(y)}$.

Вариант 4

Задание 1. Справедливо ли в общем случае утверждение: если $A\in B$ и $B\subseteq C$ и $C\in D$ то $A\subseteq D$? Может ли при некоторых A, B, C, D выполняться набор условий: $A\in B$, $B\subseteq C$, $C\in D$, $A\subseteq D$?

Задание 2. Для универсального множества U={-5,-4,-3,-2,-1, 1, 2, 3, 4, 5}, множества A={-1; 1; 2; 3} и множества B, являющегося множеством корней уравнения $x^4-17x^2+36x-20=0$, а) найти множества A∪B, A∩B, A\B, B\A, AΔB, Ā, C=(AΔB)ΔA,

б) выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств A и C: A⊂C, или C⊂A, или A=C, или A∩C=∅, или A и C находятся в общем положении,

в) найти множество всех подмножеств множества B.

Задание 3. Пусть A, B, C, - множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют условиям $|x| \le 5, |y| \le 1;\ |x| \le 1, |y| \le 5$ и $x^2 + y^2 \le 16$ соответственно. Изобразите в системе координат x0y множество D, полученное из множеств A, B и C по формуле $(A \cup B) \cup C$.

Задание 4. Существуют ли множества A, B, X такие, что выполняется набор условий B \ X=X \ A= ∅, B≠ ∅? Существуют ли множества N, P, E такие, что выполняется набор условий E=$\overline{E \cup N}$=P \ E = ∅, $\overline{N} \cap \overline{E} \ne \varnothing$?

Задание 5. Выяснить взаимное расположение множеств D= (B∩X)∪ $\overline{A \cup X}$, E= (B∪ $\overline{X}$)\A) ∪ (B∩X), F= Ā∪X, если A, B, X – произвольные подмножества универсального множества U.

Задание 6. Упростить выражение $\overline{(A \cap B) \cup (\overline{A \cup B}) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A \cup \overline{B}})}$.

Задание 7. Проверить справедливость равенства A×C=(A×(C\B))∪ (A×C) для A={1,2}, B={2,3}, C={1,3}. Выяснить, верно ли данное равенство для произвольных A, B, C.

Задание 8. Для данного графика P={(3,3), (3,2), (2,2), (1,2), (3,1)} найти:

P^{-1}, P∘P, P^{-1}∘P, $пр_2(P^{-1}∘P) \times пр_1(P∘P)$.

Задание 9. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Найти образ множества A и прообраз множества B при данном соответствии. Построить соответствие между бесконечными множествами, обладающее тем же набором свойств, что и Г. Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположным данному. X={ a, b, c, d, e }, Y={1, 2, 3, 4}, G={(d,1), (b,2), (e,4), (a,3)}, A={ b,c }, B={1, 2}.

Задание 10. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположным данному. X− множество натуральных чисел, Y=R, Г={(x, lnx)}.

Задание 11. Проверить для произвольных отношений Φ и Ψ справедливость утверждения: «Если отношения Φ и Ψ обладают свойством антирефлексивности, то отношение T=ΦΔΨ также обладает свойством антирефлексивности».

Задание 12. Сколькими способами из колоды в 36 листов можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, чтобы в этом наборе было в точности 3 «дамы», 2 «крестовые» карты?

Задание 13. Сколько существует различных перестановок букв слова «взбрыкнул», при которых между двумя гласными находятся три согласные?

Задание 14. Найти наибольший член разложения бинома $(\sqrt{6} + 3)^{12}$.

Задание 15. Из данной пропорции найти x и y. $C_{x+1}^{y+2} : C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} = 3:4:3$.

Задание 16. Найти коэффициент при x^{130} в разложении выражения $P=(x^7-2+x^5)^{26}$ по полиномиальной формуле, полученный после раскрытия скобок и приведения подобных членов.

Задание 17. Сколько натуральных чисел от 1 до 10000 не делится ни на 6, ни на 7, ни на 3, ни на 2?

Задание 18. Подсчитать количество различных перестановок цифр числа 32331252, при которых никакие 3 одинаковые цифры не следуют друг за другом.

Задание 19. Построить таблицу значений булевой функции f(x, y, z)= $x \vee y \oplus \bar{z} \leftrightarrow y$.

Задание 20. Написать таблицу функции h(x,y), являющуюся суперпозицией функций f_1 и f_2, если f_1=(1110 0110), f_2=(1100 0111), h(x,y)=f_1(x, f_2(y,x,y),y).

Задание 21. Для данной функции f(x,y,z) выяснить какие ее переменные являются фиктивными, а какие существенными. Выразить f(x,y,z) формулой, содержащей только существенные переменные. f(x,y,z) =(1000 1000).

Задание 22. Преобразовать данную формулу f(x,y,z) в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных. f(x,y,z) = $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \overline{x \vee y} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \overline{x \vee y \vee z}$.

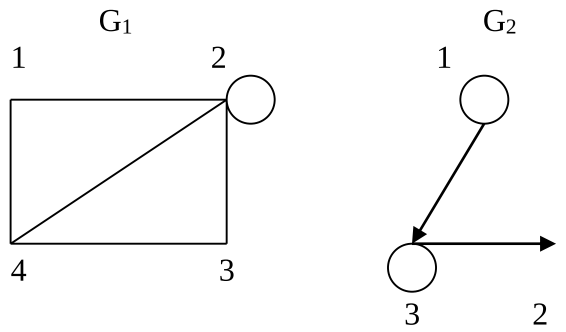
Задание 23. Выяснить вопрос о равносильности ДНФ f_1, f_2, f_3 сведением их к СДНФ. Преобразовать с помощью дистрибутивных законов f_2 в КНФ, упростить полученное выражение. $f_1 = x\bar{y}\bar{z} \vee xz \vee \bar{x}yz$, $f_2 = \bar{x}y \vee x\bar{y}\bar{z} \vee z$, $f_3 = \bar{y}x \vee yz$.

Задание 24. Найти двумя способами полином функции. Найти СДНФ, СКНФ. f=(0111 1001).

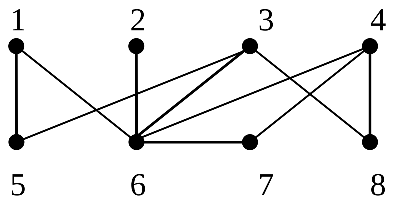
Задание 25. Доопределить функции f(x,y,z), g(x,y,z), h(x,y,z) так, чтобы $f \in M, g \in L, h \in S$. Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это. Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0, T_1.

f=(-1-- --0-), g=(01-0 -1--), h=(101- 1---).

Задание 26. Даны графы G_1 и G_2 . Найдите $G_1 \cup G_2$, $G_1 \cap G_2$, $G_1 \oplus G_2$ аналитически и изобразить результат графически. Для графа $G_1 \cup G_2$ найдите матрицу смежности, матрицу инцидентности, компоненты сильной связности, маршруты (но не цепи) длины 7; простые цепи, простые циклы, исходящие из вершины 1.



Задание 27. Найдите степени всех вершин, радиус и диаметр графа G. Найдите хроматическое число графа, проведя его раскраску по методу минимальной раскраски. Является ли изображенный граф планарным?



Задание 28. Составив таблицы истинности, выясните, равносильны ли следующие формулы алгебры высказываний: F(X, Y, Z) = ((X^(Y→Z)) ⋁ ¬(X ⋁ ¬ Z))↔ ¬ (¬Y↔ Z), G(X, Y, Z) = ¬(X →Z) ⋁ Y.

Задание 29. Докажите, что формула ((P→R) ^ (Q→S) ^ (¬ R ⋁ ¬ S))→(¬P ⋁ ¬Q) является тавтологией алгебры высказываний.

Задание 30. Определить значение истинности высказывания $\exists x \forall y (\cos x \neq \cos y)$, где $x, y \in R$.

Задание 31. Найти множество истинности предиката $P(x) = "|9x-5| < 4|x|"$, определённого на R .

Задание 32. Найти множество истинности предиката $P(x,y) = "(|x| > 9) \to (|x| < 4)"$, определённого на R^2 .

Задание 33. Для предикатов, заданных на R, выяснить, является ли первый предикат является следствием второго, а второй - следствием первого. $"x < 5"$, $"x^2 - 7x + 12 = 0"$.

Задание 34. Привести пример множества, на котором предикаты "x меньше 2" и "x – чётное число" равносильны.

Задание 35. Выяснить, является ли выполнимой формула

$\forall xy(Q(x,y) \to P(x,y))$.

Задание 36. Выяснить, является ли общезначимой формула $\forall x(P(x) \vee Q(x)) \leftrightarrow (\forall x P(x)) \vee (\forall x Q(x))$.

Задание 37. Привести заданную формулу к приведённой форме.

$\exists x \forall y Q(x,y) \to \forall y \exists x Q(x,y)$.

Задание 38. Привести заданную формулу к предваренной нормальной форме.

$\exists x \forall y Q(x,y) \to \forall y \exists x Q(x,y)$.

Вариант 5

Задание 1. Справедливо ли в общем случае утверждение: если A⊂B и B⊂C и C∈D то A⊆D? Может ли при некоторых A, B, C, D выполняться набор условий: A⊂B, B⊂C, C∈D, A⊆D?

Задание 2. Для универсального множества U={-5,-4,-3,-2,-1, 1, 2, 3, 4, 5}, множества A={-2; 1; 4; 3} и множества B, являющегося множеством корней уравнения $x^4-11x^2-18x-8=0$,

а) найти множества A∪B, A∩B,A\B, B\A, AΔB, Ā, C=(AΔB)ΔA,

б) выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств A и C: A⊂C, или C⊂A, или A=C, или A∩C=∅, или A и C находятся в общем положении,

в) найти множество всех подмножеств множества B.

Задание 3. Пусть A, B, C, - множество точек плоскости, координаты которых удовлетворяют условиям $y - x^2 \le 1$; $y - x^2 \ge -3$ и $x > 0$ соответственно. Изобразите в системе координат x0y множество D, полученное из множеств A, B и C по формуле $(A \cup B) \setminus C$.

Задание 4. Существуют ли множества A, B, X такие, что выполняется набор условий A ∩ B= $\overline{A \cup X}$ = ∅, B \ X ≠ ∅? Существуют ли множества N, P, E такие, что выполняется набор условий P \ N=E=N \ P= ∅, N≠ ∅?

Задание 5. Выяснить взаимное расположение множеств D= (X∩B)∪ (A\B), E= A ∪ B ∪ $\overline{X}$, F= (AΔB)∪(X∩A)∪$\overline{B \cup X}$, если A, B, X – произвольные подмножества универсального множества U.

Задание 6. Упростить выражение $\overline{(A \cup B) \cap (B \cup \overline{C}) \cap (\overline{\overline{\overline{A} \cap \overline{C}}})}$.

Задание 7. Проверить справедливость равенства A×(B∪C)=(A×B)∪ (A×(C\B)) для A={1,2}, B={2,3}, C={1,3}. Выяснить, верно ли данное равенство для произвольных A, B, C.

Задание 8. Для данного графика P={(0,1), (1,1), (1,0), (0,2), (2,1)} найти:

P^{-1}, $P \circ P$, $P^{-1} \circ P$, $пр_2(P^{-1} \circ P) \times пр_1(P \circ P)$.

Задание 9. Дано соответствие Γ=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Γ. Найти образ множества A и прообраз множества B при данном соответствии. Построить соответствие между бесконечными множествами, обладающее тем же набором свойств, что и Γ. Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположным данному. X={ a, b, c, d, e }, Y={1, 2, 3}, G={(b,2), (c,1), (e,3), (a,3)}, A={ e, c }, B={3, 1}.

Задание 10. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Построить соответствие между конечными множествами, обладающее набором свойств, противоположным данному. X– множество действительных чисел, Y- множество всех непрерывных на отрезке [a, b] функций, Г=$\{(\max\limits_{x\in[a,b]} f(x), f(x))\}$.

Задание 11. Проверить для произвольных отношений Φ и Ψ справедливость утверждения: «Если отношения Φ и Ψ обладают свойством симметричности, то отношение T=ΦΔΨ также обладает свойством симметричности».

Задание 12. Сколькими способами из колоды в 36 листов можно выбрать неупорядоченный набор из 5 карт так, чтобы в этом наборе было в точности 2 «крестовых» карты, 1 «бубновая» карта, 1 «дама»?

Задание 13. Сколько существует различных перестановок букв слова «пастух», при которых между двумя гласными находятся две согласные?

Задание 14. Найти наибольший член разложения бинома $(\sqrt{7}+3)^{15}$.

Задание 15. Из данной пропорции найти x и y. $C_{x+1}^{y+1} : C_{x+1}^{y} : C_{x+1}^{y-1} = 4:5:4$.

Задание 16. Найти коэффициент при x^{66} в разложении выражения $P=(x^7+3-x^3)^{22}$ по полиномиальной формуле, полученный после раскрытия скобок и приведения подобных членов.

Задание 17. Сколько натуральных чисел от 1 до 10000 не делится ни на 5, ни на 8, ни на 9, ни на 4?

Задание 18. Подсчитать количество различных перестановок цифр числа 46749679, при которых никакие 2 одинаковые цифры не следуют друг за другом.

Задание 19. Построить таблицу значений булевой функции f(x, y, z)= $x \vee \overline{y \to z} \oplus y$.

Задание 20. Написать таблицу функции h(x,y), являющуюся суперпозицией функций f_1 и f_2, если f_2=(0110 1011), f_1=(1110 0110), h(x,y) = $f_1(y, f_2(x,y,x),x)$.

Задание 21. Для данной функции f(x,y,z) выяснить какие ее переменные являются фиктивными, а какие существенными. Выразить f(x,y,z) формулой, содержащей только существенные переменные. f(x,y,z) =(1010 0000).

Задание 22. Преобразовать данную формулу f(x,y,z) в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных.

f(x,y,z) = $\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \bar{x}y \vee \overline{x \vee y \vee z}$.

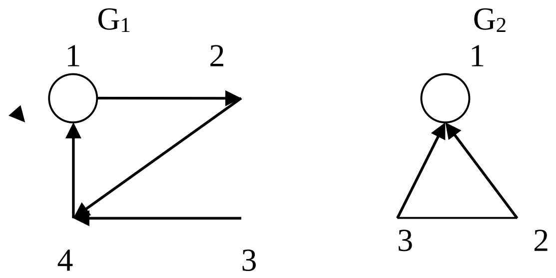
Задание 23. Выяснить вопрос о равносильности ДНФ f_1, f_2, f_3 сведением их к СДНФ. Преобразовать с помощью дистрибутивных законов f_2 в КНФ, упростить полученное выражение. $f_1 = \bar{y}z \vee xy \vee y\bar{z} \vee \bar{z}\bar{x}$, $f_2 = \bar{x}\bar{y} \vee yz \vee xz$, $f_3 = \bar{x}\bar{y} \vee y\bar{z} \vee xz$.

Задание 24. Найти двумя способами полином функции. Найти СДНФ, СКНФ. f=(1100 0111).

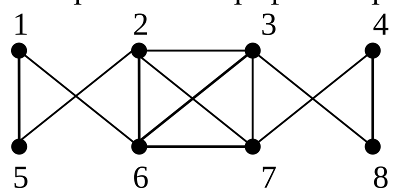
Задание 25 Доопределить функции f(x,y,z), g(x,y,z), h(x,y,z) так, чтобы $f \in M, g \in L, h \in S$. Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это. Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0, T_1.

f=(---0 -01-), g=(01-10 ---1), h=(--10 --01).

Задание 26. Даны графы G_1 и G_2 . Найдите $G_1 \cup G_2$, $G_1 \cap G_2$, $G_1 \oplus G_2$ аналитически и изобразить результат графически. Для графа $G_1 \cup G_2$ найдите матрицу смежности, матрицу инцидентности, компоненты сильной связности, маршруты (но не цепи) длины 7; простые цепи, простые циклы, исходящие из вершины 1.



Задание 27. Найдите степени всех вершин, радиус и диаметр графа G. Найдите хроматическое число графа, проведя его раскраску по методу минимальной раскраски. Является ли изображенный граф планарным?



Задание 28. Составив таблицы истинности, выясните, равносильны ли следующие формулы алгебры высказываний: F(X, Y, Z) = ¬ [((¬Y ∨ ¬Z)↔**X**)∧(¬X∧(Y→ ¬Z))], G(X, Y, Z) = (X∧Y∧Z) ∨ ¬X ∨ (X∧ ¬Y) ∨ (X∧Y∧ ¬Z).

Задание 29. Докажите, что формула (P→Q)→{(R→ ¬Q)→[((S→¬P)→R)→((¬T∨P)→(T→S))]} является тавтологией алгебры высказываний.

Задание 30. Определить значение истинности высказывания $\forall xy(\cos x \neq \cos y)$, где $x, y \in R$.

Задание 31. Найти множество истинности предиката $P(x) = "|2x-7| < 5|x|"$, определённого на R .

Задание 32. Найти множество истинности предиката $P(x, y) = "(|x| > 10) \to (|x| < 2)"$, определённого на R^2 .

Задание 33. Для предикатов, заданных на R, выяснить, является ли первый предикат является следствием второго, а второй - следствием первого.

$"x^2 - 5x + 6 = 0", "|x-2| = 1"$.

Задание 34. Привести пример множества, на котором предикаты "x больше 10" и "x − нечётное число" равносильны.

Задание 35. Выяснить, является ли выполнимой формула $\exists x \forall y (R(x, x) \wedge \bar{R}(x, y))$.

Задание 36. Выяснить, является ли общезначимой формула

$\overline{\exists x P(x)} \leftrightarrow \forall x \bar{P}(x)$.

Задание 37. Привести заданную формулу к приведённой форме.

$P(y) \to \overline{\forall x Q(x, y) \to P(y)}$.

Задание 38. Привести заданную формулу к предваренной нормальной форме.

$P(y) \to \overline{\forall x Q(x, y) \to P(y)}$.

Краткое описание и регламент выполнения

Индивидуальное домашнее задание сдается преподавателю в конце семестра.

Критерии оценки:

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если правильно выполнено не менее 70% задания;

- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если правильно выполнено менее 70% задания.

7.2.2. <u>Контрольная работа №1 по теме «Множества. Соответствия. Комбинаторика»</u>

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Вариант 1

Задание 1. Для универсального множества U={-5,-4,-3,-2,-1, 1, 2, 3, 4, 5}, множества A={-1,1,2,3} и для B={-4, 1, 4, 5}

а) найти множества $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$, $A\Delta B$, $\bar{A}$, $C=(A\Delta B)\Delta A$,

б) выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств A и C: $A\subset C$, или $C\subset A$, или A=C, или $A\cap C=\varnothing$, или A и C находятся в общем положении,

в) найти множество всех подмножеств множества B.

Задание 2. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Найти образ множества A и прообраз множества B при данном соответствии.

a) X={a, b, c, d, e}, Y={1, 2, 3}, G={(a,2), (b,3), (c,1), (d,2), (e,1)}, A={e,c}, B={2,3}.

b) X={Множество кругов на плоскости}, Y={Множество точек плоскости} G-(круг, его центр).

Задание 3. Из 20 студентов надо назначить 5 дежурных. Сколькими способами это можно сделать?

Задание 4. Сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова «ворон», так чтобы две буквы «о» не стояли рядом?

Задание 5. Из 7 русских и 4 немцев нужно составить комиссию в 6 лиц. Сколькими способами можно это сделать, если в состав комиссии должно войти не менее 2 немцев?

Задание 6. В группе 35 учащихся. Из них 20 посещают математический кружок, 11 – физический; 10 учащихся не посещают ни одного из этих кружков. Сколько учащихся посещают оба кружка? Сколько учащихся посещают только математический кружок?

Вариант 2

Задание 1. Для универсального множества U={-5,-4,-3,-2,-1, 1, 2, 3, 4, 5}, множества A={-3,3,4,5} и для B={-1, 4, 5}

а) найти множества $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$, $A\Delta B$, $\bar{A}$, $C=(A\Delta B)\Delta A$,

б) выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств A и C: $A\subset C$, или $C\subset A$, или A=C, или $A\cap C=\varnothing$, или A и C находятся в общем положении,

в) найти множество всех подмножеств множества B.

Задание 2. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Найти образ множества A и прообраз множества B при данном соответствии.

а) X={a, b, c, d}, Y={1, 2, 3, 4}, G={(a,4), (b,3), (c,2), (d,1)}, A={a,b }, B={1,3}.

b) X={Многочлены 2 степени от одной переменной с действительными коэффициентами }, Y=R, G-(многочлен, его корень).

Задание 3. Изучаются 10 учебных предметов. В понедельник надо поставить 6 уроков, причем все разные. Сколькими способами можно составить расписание на понедельник?

Задание 4. Сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова «атаман», так чтобы согласные шли в алфавитном порядке, но буквы «а» не стояли рядом?

Задание 5. Сколькими способами пять девушек и трое юношей могут разбиться на две команды по четыре человека в команде, если в каждой команде должно быть хотя бы по одному юноше?

Задание 6. Определить число всех плохих дней, если 12 дней шел дождь, 8 дней дул ветер, 4 дня было холодно, причем 5 дней были и дождливы, и ветрены, 3 дня дождливы и холодны, 2 дня ветрены и холодны, 1 день был дождливый, ветреный и холодный, а хороших дней не было за данный период.

Вариант 3

Задание 1. Для универсального множества U={-5,-4,-3,-2,-1, 1, 2, 3, 4, 5}, множества A={1,2,3,4} и для B={-3, -2, 4, 5}

а) найти множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, $\bar{A}$, $C=(A \Delta B) \Delta A$,

б) выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств A и C: $A \subset C$, или $C \subset A$, или A=C, или $A \cap C = \varnothing$, или A и C находятся в общем положении,

в) найти множество всех подмножеств множества B.

Задание 2. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Найти образ множества А и прообраз множества В при данном соответствии.

a) X={a, b, c, d}, Y={1, 2, 3, 4}, G={(a,2), (b,3), (c,1), (d,2), (a,1)}, A={b,c}, B={2,3}.

b) $X=(0, +\infty)$, Y=[-1,1], G- (x, y): $x^2<y$.

Задание 3. Сколько неудачных попыток может быть сделано человеком, не знающим секретного кода, составленного из 5 цифр, и подбирающего его наудачу?

Задание 4. Сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова «интернирование», так чтобы согласные и гласные чередовались, гласные шли в алфавитном порядке?

Задание 5. В урне находятся 5 белых, 7 красных, 6 голубых шаров. Сколько существует способов извлечь 9 шаров так, чтобы среди них оказалось 2 белых, 3 красных и 4 голубых шара?

Задание 6. При опросе 13 человек, каждый из которых знает по крайней мере один иностранный язык, выяснилось, что 10 человек знают английский язык, 7 – немецкий, 6 – испанский, 5 – английский и немецкий, 4 – английский и испанский, 3 – немецкий и испанский. Сколько человек знает все три языка?

Вариант 4

Задание 1. Для универсального множества U={-5,-4,-3,-2,-1, 1, 2, 3, 4, 5}, множества A={-2,-1,1,2} и для B={-3,-2, 2, 3}

а) найти множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, $\bar{A}$, $C=(A \Delta B) \Delta A$,

б) выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств A и C: $A \subset C$, или $C \subset A$, или A=C, или $A \cap C = \varnothing$, или A и C находятся в общем положении,

в) найти множество всех подмножеств множества B.

Задание 2. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Найти образ множества А и прообраз множества В при данном соответствии.

a) X={a, b, c, d, e }, Y={1, 2, 3, 4}, G={(d,1), (b,2), (e,4), (a,3) }, A={b,c }, B={1,2 }.

b) X=N={1, 2, …}, Y=R, G- (x, lnx).

Задание 3. В правление избрано m человек. Из них надо выбрать председателя, секретаря и казначея. Сколькими способами это можно сделать?

Задание 4. Сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова «взбрыкнул», так чтобы между двумя гласными находились 3 согласные?

Задание 5. Из группы, состоящей из 9 мужчин и 5 женщин, надо выбрать 6 человек так, чтобы среди них было не менее двух женщин. Сколькими способами это можно сделать?

Задание 6. На экскурсию поехало 92 человека. Бутерброды с колбасой взяли 47 человек, с сыром – 38 человек; с ветчиной – 42 человека; и с сыром, и с колбасой – 28 человек; и с колбасой, и с ветчиной – 31 человек; и с сыром, и с ветчиной – 26 человек. Все три вида бутербродов взяли 25 человек. Несколько человек вместо бутербродов взяли пирожки. Сколько человек взяли с собой пирожки?

Вариант 5

Задание 1. Для универсального множества U={-5,-4,-3,-2,-1, 1, 2, 3, 4, 5}, множества A={-2,1,3,5} и для B={-3, -2, -1, 1}

а) найти множества A∪B, A∩B,A\B, B\A, AΔB, Ā, C=(AΔB)ΔA,

б) выяснить, какая из пяти возможностей выполнена для множеств A и C: A⊂ C, или C⊂ A, или A=C, или A∩C=∅, или A и C находятся в общем положении,

в) найти множество всех подмножеств множества B.

Задание 2. Дано соответствие Г=(X, Y, G). Выяснить, какими из 4 основных свойств (всюду определенность, сюръективность, функциональность, инъективность) обладает Г. Найти образ множества A и прообраз множества B при данном соответствии.

a)X={a, b, c, d, e},Y={1, 2, 3},G={(b,2), (c,1), (e,3), (a,3)},A={e,c},B={3, 1}.

b) X=R,Y={Непрерывные на [a, b] функции}, G- (max f(x), f(x)),

x∈[a, b].

Задание 3. Сколькими способами можно разместить на полке 4 разные книги?

Задание 4. Сколько различных слов можно получить перестановкой букв слова «пастух», так чтобы между двумя гласными находились 2 согласные?

Задание 5. Из 7 русских и 4 немцев нужно составить комиссию в составе 6 человек. Сколькими способами можно это сделать, если в состав комиссии должно войти не менее 2 немцев?

Задание 6. В группе 35 учащихся. Из них 20 посещают математический кружок, 11 – физический; 10 учащихся не посещают ни одного из этих кружков. Сколько учащихся посещает оба кружка? Сколько учащихся посещает только математический кружок?

Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа сдается преподавателю в конце семестра.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно выполнено не менее 90% работы;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно выполнено 70-89% работы;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнено 50-69% работы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% работы.

7.2.3. <u>Контрольная работа №2 по теме «Булевы функции»</u>

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Вариант 1

Задание 1. Преобразовать данную формулу $x\bar{y}z \vee \overline{\bar{x} \vee y \vee z} \vee x\bar{y} \vee x\bar{y}\bar{z}$ в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных.

Задание 2. Доопределить функции f(x,y,z)=(-10- 1---), g(x,y,z)=(-10- -0-0), h(x,y,z)=(-0-- 11-1) так, чтобы f$\in M, g \in L, h \in S$. Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это. Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0, T_1.

Задание 3.Эквивалентными преобразованиями привести формулу к ДНФ. $(x_3 \downarrow x_1) \mid (x_2 \sim x_1)$

Задание 4. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к КНФ. $(((x_1 \mid x_2) \downarrow x_4) \sim x_3)$

Задание 5. Минимизировать ДНФ и КНФ.

1111 0110 1110 1110

Задание 6. Представить функцию в виде полинома. 1001 0111

Вариант 2

Задание 1. Преобразовать данную формулу $xy\bar{z} \vee yz \vee \bar{x} \vee \overline{x \vee y \vee z}$ в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных.

Задание 2. Доопределить функции f(x,y,z)=(---0 1---), g(x,y,z)=(0--- 110-), h(x,y,z)=(11-- 10--) так, чтобы f$\in M, g \in L, h \in S$. Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это. Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0, T_1.

Задание 3.Эквивалентными преобразованиями привести формулу к ДНФ. $(x_2 \mid x_3)(x_1 \mid x_3)x_2$

Задание 4. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к КНФ. $\overline{((x_1 \downarrow \overline{(x_1 \mid \overline{x_3})}) \downarrow \overline{x_2}) \mid \overline{x_4}}$

Задание 5. Минимизировать ДНФ и КНФ.

0011 1011 1010 1111

Задание 6. Представить функцию в виде полинома. 0110 1011

Вариант 3

Задание 1. Преобразовать данную формулу $xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y} \vee \overline{x \vee y \vee z} \vee xyz$ в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных.

Задание 2. Доопределить функции f(x,y,z)=(--- 0 -10-), g(x,y,z)=(---0 0-10), h(x,y,z)=(-1-- 01-0) так, чтобы f$\in M, g \in L, h \in S$. Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это. Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0, T_1.

Задание 3.Эквивалентными преобразованиями привести формулу к ДНФ. $(x_3 \to x_2)x_1 \oplus x_3$

Задание 4. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к КНФ. $((x_1 \downarrow x_2) \vee x_4)\overline{x_3}$

Задание 5. Минимизировать ДНФ и КНФ.

1110 0110 1111 1100

Задание 6. Представить функцию в виде полинома. 1110 0111

Вариант 4

Задание 1. Преобразовать данную формулу $\bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \overline{x \vee y} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee \overline{x \vee y \vee z}$ в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных.

Задание 2. Доопределить функции f(x,y,z)=(-1-- --0-), g(x,y,z)=(01-0 -1--), h(x,y,z)=(101- 1---) так, чтобы f$\in M, g \in L, h \in S$. Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это. Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0, T_1.

Задание 3.Эквивалентными преобразованиями привести формулу к ДНФ. $((x_1 \mid x_2)x_2) \vee ((x_2 \mid x_3)x_2)$

Задание 4. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к КНФ. $((x_4 \oplus x_1)x_3) \vee x_2$

Задание 5. Минимизировать ДНФ и КНФ.

1001 1101 1010 1111

Задание 6. Представить функцию в виде полинома. 0111 1001

Вариант 5

Задание 1. Преобразовать данную формулу $\overline{y}\overline{z} \vee \overline{x}y\overline{z} \vee x\overline{y}\overline{z} \vee \overline{x}y \vee \overline{x \vee y \vee z}$ в эквивалентную ей, но не содержащую фиктивных переменных.

Задание 2. Доопределить функции f(x,y,z)=(---0 -01-), g(x,y,z)=(01-10 ---1), h(x,y,z)=(--10 --01) так, чтобы f$\in M, g \in L, h \in S$. Если построение какой-либо функции невозможно, докажите это. Выясните вопрос о принадлежности построенных функций к классам T_0, T_1.

Задание 3.Эквивалентными преобразованиями привести формулу к ДНФ. $((x_3 \mid x_2) \downarrow (x_1 \downarrow x_2)) \mid x_3$

Задание 4. Эквивалентными преобразованиями привести формулу к КНФ. $x_1((x_3 \to \overline{x}_4) \oplus x_2)$

Задание 5. Минимизировать ДНФ и КНФ.

1011 1111 1010 1101

Задание 6. Представить функцию в виде полинома. 1100 0111

Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа сдается преподавателю в конце семестра.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно выполнено не менее 90% работы;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно выполнено 70-89% работы;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнено 50-69% работы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% работы.

7.2.4. <u>Контрольная работа №3 по теме «Алгебра предикатов»</u>

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Вариант 1

Задание 1. Изобразить на плоскости XOY множество истинности предиката, заданного на R^2.

$$P(x, y) = (x \geq 0) \to (y \geq 0).$$

Задание 2. Определить значение истинности высказывания, если известно, что все переменные принимают значения в R.

$$\forall qp \exists x(x^2 + px + q = 0).$$

Задание 3. Выяснить, является ли первый предикат следствием второго, а второй – следствием первого, если предикаты заданы на множестве R.

$$P(x) = (x>3), Q(x) = (x<5).$$

Задание 4. Выяснить, выполнима ли формула

$$\exists x \forall y \big(Q(x,x) \wedge \bar{Q}(x,y)\big).$$

Задание 5. Выяснить, является ли общезначимой формула

$$\exists x \forall y Q(x,y) \rightarrow \forall y \exists x Q(x,y).$$

Задание 6. Привести формулу из задания 5 к приведённой форме.

Задание 7. Привести формулу из задания 5 к предварённой нормальной форме.

Вариант 2

Задание 1. Изобразить на плоскости XOY множество истинности предиката, заданного на R^2.

$$P(x,y) = (y \geq 0) \rightarrow (x \geq 0).$$

Задание 2. Определить значение истинности высказывания, если известно, что все переменные принимают значения в R.

$$\exists qp \forall x (x^2 + px + q \geq 0).$$

Задание 3. Выяснить, является ли первый предикат следствием второго, а второй – следствием первого, если предикаты заданы на множестве R.

$$P(x) = (|x+1|<2), Q(x) = (x>4).$$

Задание 4. Выяснить, выполнима ли формула

$$\exists x P(x) \wedge \bar{Q}(y).$$

Задание 5. Выяснить, является ли общезначимой формула

$$\forall x \exists y Q(x,y) \rightarrow \exists y \forall x Q(x,y).$$

Задание 6. Привести формулу из задания 5 к приведённой форме.

Задание 7. Привести формулу из задания 5 к предварённой нормальной форме.

Вариант 3

Задание 1. Изобразить на плоскости XOY множество истинности предиката, заданного на R^2.

$$P(x,y) = (x \geq 0) \leftrightarrow (y \geq 0).$$

Задание 2. Определить значение истинности высказывания, если известно, что все переменные принимают значения в R.

$$\forall x \exists y (x^2 - xy + 1 = 0).$$

Задание 3. Выяснить, является ли первый предикат следствием второго, а второй – следствием первого, если предикаты заданы на множестве R.

$$P(x) = (|x|<1), Q(x) = (|x+2|<5).$$

Задание 4. Выяснить, выполнима ли формула

$$\forall xy \big(P(x,y) \wedge \bar{P}(x,x)\big).$$

Задание 5. Выяснить, является ли общезначимой формула

$$\overline{\exists x Q(x)} \rightarrow \overline{\forall x Q(x)}.$$

Задание 6. Привести формулу из задания 5 к приведённой форме.

Задание 7. Привести формулу из задания 5 к предварённой нормальной форме.

Вариант 4

Задание 1. Изобразить на плоскости XOY множество истинности предиката, заданного на R^2.

$$P(x,y) = (x + y \geq 0) \wedge (x - y \geq 0).$$

Задание 2. Определить значение истинности высказывания, если известно, что все переменные принимают значения в R.

$$\forall y \exists x (x^2 - xy + 1 = 0).$$

Задание 3. Выяснить, является ли первый предикат следствием второго, а второй – следствием первого, если предикаты заданы на множестве R.

$$P(x) = (x<9), Q(x) = (|x|<5).$$

Задание 4. Выяснить, выполнима ли формула

$$\forall xyz\big(Q(x,y) \vee \bar{Q}(y,z)\big).$$

Задание 5. Выяснить, является ли общезначимой формула

$$\forall x(P(x) \to \bar{Q}(x)) \to \overline{\exists x P(x) \wedge \forall x Q(x)}.$$

Задание 6. Привести формулу из задания 5 к приведённой форме.

Задание 7. Привести формулу из задания 5 к предварённой нормальной форме.

Вариант 5

Задание 1. Изобразить на плоскости XOY множество истинности предиката, заданного на R^2.

$$P(x,y) = (x + y \geq 0) \wedge (x - y \leq 0).$$

Задание 2. Определить значение истинности высказывания, если известно, что все переменные принимают значения в R.

$$\forall y \exists x(x^2 - xy + 1 \geq 0).$$

Задание 3. Выяснить, является ли первый предикат следствием второго, а второй – следствием первого, если предикаты заданы на множестве R.

$$P(x) = (|x-2|>3), Q(x) = (x<7).$$

Задание 4. Выяснить, выполнима ли формула

$$\forall x \exists y\big(Q(x) \wedge \bar{Q}(y)\big).$$

Задание 5. Выяснить, является ли общезначимой формула

$$\forall x(P(x) \to \bar{Q}(x)) \to \overline{\forall x P(x) \wedge \exists x Q(x)}.$$

Задание 6. Привести формулу из задания 5 к приведённой форме.

Задание 7. Привести формулу из задания 5 к предварённой нормальной форме.

Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа сдается преподавателю в конце семестра.

Критерии оценки:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если правильно выполнено не менее 90% работы;
- оценка «хорошо» выставляется студенту, если правильно выполнено 70-89% работы;
- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнено 50-69% работы;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если правильно выполнено менее 50% работы.

7.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

Семестр 4

№ п/п	Вопросы к зачету
1	Множества и операции над ними. Свойства операций объединения и пересечения. Правила де Моргана.
2	Соответствия, их виды. Отображения. Примеры.
3	Определение и примеры счётных множеств. Свойства счётных множеств.
4	Эквивалентные множества. Теорема Кантора-Бернштейна. Мощность множества. Множества мощности континуума. Примеры.
5	Сравнение мощностей. Мощность объединения конечных множеств (правило сложения). Мощность декартова произведения (правило произведения).
6	Определение и примеры бинарных отношений. Свойства бинарных отношений.
7	Принцип включения и исключения. Число подмножеств конечного множества.
8	Число перестановок без повторений элементов конечного множества. Число перестановок с повторениями элементов конечного множества.
9	Число размещений без повторений. Число размещений с повторениями.
10	Число сочетаний без повторений. Число сочетаний с повторениями.
11	Бином Ньютона. Полиномиальная формула. Свойства биномиальных коэффициентов.
12	Понятие булевой функции. Элементарные булевы функции. Формулы, подформулы. Эквивалентность формул.
13	Свойства элементарных булевых функций. Двойственные функции. Принцип двойственности.
14	ДНФ, КНФ. СДНФ, СКНФ.
15	Алгоритм перехода от КНФ к ДНФ. Алгоритм перехода от ДНФ к КНФ.
16	Алгоритм перехода от ДНФ к СДНФ. Алгоритм перехода от КНФ к СКНФ.
17	Разложение булевых функций по переменным.
18	Тупиковая, минимальная и сокращенная ДНФ.
19	Получение сокращённой ДНФ из СДНФ.
20	Получение минимальной ДНФ с помощью матрицы Квайна.
21	Получение минимальной ДНФ с помощью карт Карно.
22	Получение минимальной КНФ с помощью карт Карно.
23	Полные системы. Примеры полных систем.
24	Замкнутые классы булевых функций. Замкнутость классов функций, сохраняющих 0, и функций, сохраняющих 1.
25	Класс самодвойственных функций, его замкнутость.
26	Класс монотонных функций, его замкнутость.
27	Полином Жегалкина. Теорема о представимости булевой функции в виде полинома Жегалкина.
28	Способы получения полинома Жегалкина.
29	Определение графа. Ориентированный и неориентированный граф. Мультиграф. Псевдограф. Взвешенный граф.
30	Смежность, инцидентность, степени вершин.
31	Маршруты, цепи, циклы.

№ п/п	Вопросы к зачету
32	Изоморфизм графов.
33	Матрица смежности, матрица инцидентности, список смежности.
34	Полные графы.
35	Двудольные графы.
36	Свойства степеней вершин графа.
37	Операции над графами.
38	Связность, сильная связность.
39	Односторонняя связность, слабая связность.
40	Диаметр, радиус и центр графа.
41	Свободные деревья. Лес.
42	Условия, необходимые и достаточные для того, чтобы граф являлся деревом.
43	Ориентированные деревья и их свойства.
44	Планарные графы. Необходимое условие планарности.
45	Свойства планарных графов.
46	Эйлеровы графы.
47	Гамильтоновы графы.
48	Высказывания и операции над ними.
49	Формулы алгебры высказываний (выполнимость, опровержимость, тождественная истинность, тождественная ложность).
50	Эквивалентные формулы и их свойства.
51	Основные эквивалентности алгебры высказываний.
52	Классы эквивалентности. Операции над классами.
53	Приведённые формулы алгебры высказываний. Полные системы операций.
54	Необходимые и достаточные условия. Взаимно обратные и взаимно противоположные теоремы.
55	Двойственные формулы. Закон двойственности.
56	Проблема разрешения тождественной истинности и тождественной ложности формулы в алгебре высказываний. Проблема разрешения выполнимости формулы в алгебре высказываний.
57	Понятие выводимости в алгебре высказываний. Свойства выводимости. Критерий выводимости формулы из заданной системы посылок.
58	Алгоритм получения следствий из заданной системы посылок. Алгоритм получения посылок для заданного следствия.
59	Понятие предиката. Унарные, бинарные, тернарные предикаты. Примеры. n-арные операции, их связь с предикатами.
60	Модели и подмодели. Примеры. Класс моделей фиксированной сигнатуры. Символы, используемые при построении алгебры предикатов фиксированной сигнатуры.
61	Определение формулы алгебры предикатов фиксированной сигнатуры. Значения формулы. Формулы алгебры предикатов фиксированной сигнатуры, выполнимые на данной модели.
62	Выполнимые формулы алгебры предикатов фиксированной сигнатуры. Формулы алгебры предикатов фиксированной сигнатуры, истинные на данной модели. Формулы алгебры предикатов фиксированной сигнатуры, ложные на данной модели.
63	Понятие формулы алгебры предикатов. Сигнатура, класс моделей и модель, допустимые для заданной формулы алгебры предикатов. Сигнатурные отображения.
64	Формулы алгебры предикатов, выполнимые и ложные на данной допустимой

№ п/п	Вопросы к зачету
	модели. Выполнимые и невыполнимые формулы алгебры предикатов.
65	Формулы алгебры предикатов, тождественно истинные на данной допустимой модели. Общезначимые формулы алгебры предикатов.
66	Эквивалентные формулы алгебры предикатов и их свойства. Приведённые формулы алгебры предикатов. Предварённые нормальные формы.
67	Проблемы разрешения выполнимости и общезначимости формул в алгебре предикатов.
68	Понятие выводимости в алгебре предикатов. Правила вывода.
69	Выводимость множества формул T из множества формул S. Противоречивое и непротиворечивое множества формул. Множество формул, выполнимое на модели. Выполнимое множество формул.
70	Связь между противоречивостью и невыполнимостью множества формул (теорема Геделя). Теорема Левенгейма-Сколема. Локальная теорема Мальцева.

7.3.2. Критерии и нормы оценки

Семестр	Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
4	Зачет (письменно)	«зачтено»	Оценка «зачтено» ставится студенту, успешно справившемуся с индивидуальным домашним заданием и контрольными работами, при условии, что он верно решил все предложенные ему на зачёте задачи.
		«не зачтено»	Оценка «не зачтено» ставится студенту в случае невыполнения условий предыдущего пункта.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Ю. П. Шевелев	Прикладные вопросы дискретной математики	Учебное пособие	2018	ЭБС «Лань»
2	Н. А. Седова	Дискретная математика	Учебное пособие	2018	ЭБС “IPRbooks”
3	В. Ф. Золотухин [и др.]	Дискретная математика	Учебник	2016	ЭБС “IPRbooks”
4	Р. П. Шепелева [и др.]	Математика	Учебное пособие	2018	ЭБС “IPRbooks”
5	А. Н. Сесекин	Элементы дискретной математики	Учебное пособие	2015	ЭБС “IPRbooks”
6	С. Ф. Кожухов, П. И. Совертков	Сборник задач по дискретной математике	Учебное пособие	2018	ЭБС «Лань»
7	Ю. П. Шевелев	Дискретная математика	Учебное пособие	2018	ЭБС «Лань»
8	О. М. Дегтярева [и др.]	Математика в примерах и задачах	Учебное пособие	2017	ЭБС “ZNANIUM.COM”
9	С. А. Унучек	Математическая логика	Учебное пособие	2018	ЭБС “IPRbooks”
10	О.В. Лелонд, М.А. Тренина	Дискретная математика	Учебное пособие	2018	Репозиторий ТГУ

8.2. Дополнительная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
11	Ю. П. Шевелев, Л. А. Писаренко, М. Ю. Шевелев	Сборник задач по дискретной математике: (для практ. занятий в группах)	Учебное пособие	2013	ЭБС «Лань»
12	И. А. Мальцев	Дискретная математика	Учебное пособие	2011	ЭБС «Лань»
13	В. И. Копылов	Курс дискретной математики	Учебное пособие	2011	ЭБС «Лань»

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
14	М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин	Дискретная математика	Учебное пособие	2010	ЭБС «Лань»
15	А. С. Герасимов	Курс математической логики и теории вычислимости	Учебное пособие	2014	ЭБС «Лань»
16	Э. Л. Балюкевич, Л. Ф. Ковалева, А. Н. Романников	Дискретная математика	Учебно-практическое пособие	2012	ЭБС “IPRbooks”

8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

ЭБС «Лань»:
ЭБС "ZNANIUM.COM";
ЭБС “IPRbooks”.

8.4. Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование ПО	Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)
1	Windows	Бессрочно
2	Office Standart	Бессрочно

8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-305).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая)
2	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-411).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, доска аудиторная (меловая)
3	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая)

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
	промежуточной аттестации (УЛК-310).	
4	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-413).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая)
5	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-418).	Столы ученические двухместные (моноблок), доска аудиторная 3-х секционная (меловая), стол преподавательский, стулья, проектор Acer
6	Компьютерный класс. Помещение для самостоятельной работы. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (Г-401).	Столы ученические, стулья ученические, ПК с выходом в сеть Интернет