МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Б1.О.31.01
(индекс дисциплины)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Дополнительные главы анализа 1
(наименование дисциплины)

по направлению подготовки
02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

направленность (профиль)
Мобильные и сетевые технологии

Форма обучения: очная

Год набора: 2020

Общая трудоемкость: 4 ЗЕ

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр	3	**Итого**
Форма контроля / **Вид занятий**	Экзамен	
Лекции	18	18
Лабораторные		
Практические	34	34
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация	0,35	0,35
Контактная работа	52,35	52,35
Самостоятельная работа	56	56
Контроль	35,65	35,65
Итого	144	144

Рабочую программу составил(и):

Доцент кафедры «Прикладная математика и информатика», к. ф.-м. н., Лелонд О.В.

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рецензирование рабочей программы дисциплины:

☒ Отсутствует

☐ Рецензент

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана направления подготовки

02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем

Срок действия рабочей программы дисциплины до «31» августа 2024 г.

УТВЕРЖДЕНО

На заседании кафедры

«Прикладная математика и информатика»

(протокол заседания № 1 от «9» сентября 2019 г.).

1. Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – формирование у студентов представлений об основных понятиях и методах анализа.

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплины и практики, на освоении которых базируется данная дисциплина: Математический анализ, Линейная алгебра и аналитическая геометрия.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: Дополнительные главы анализа 2, Теория вероятностей и математическая статистика.

3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	**Индикаторы достижения компетенций** (код и наименование)	**Планируемые результаты обучения**
ПК-7. Способен понимать и применять современный математический аппарат в решении задач профессиональной деятельности	ПК-7.1. Знает современный математический аппарат в решении задач профессиональной деятельности	Знать: аспекты современного математического аппарата в решении задач профессиональной деятельности Уметь: применять современный математический аппарат в решении задач профессиональной деятельности Владеть: навыками решении задач профессиональной деятельности
	ПК-7.2. Умеет применять математический аппарат при формировании решения задачи из профессиональной деятельности	Знать: способы применения математического аппарата при формировании решения задачи из профессиональной деятельности Уметь: применять математический аппарат при формировании решения задачи из профессиональной деятельности Владеть: навыками формирования решения задачи из профессиональной деятельности
	ПК-7.3. Владеет навыками решения задач из профессиональной деятельности	Знать: способы решения задач из профессиональной деятельности Уметь: применять навыки решения задач из профессиональной деятельности Владеть: навыками решения задач из профессиональной деятельности

4. Структура и содержание дисциплины

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль 1. Кратные интегралы.	Лек	Определение и свойства двойных интегралов. Вычисление двойных интегралов с помощью повторного интегрирования.	3	2	-	-	Индивидуальное домашнее задание, тест итоговый
	Пр	Вычисление двойных интегралов с помощью повторного интегрирования.		2	5	-	
	Пр	Замена переменных в двойном интеграле. Геометрические приложения двойных интегралов. Применение математического аппарата для решения физических задач (физические приложения двойных интегралов).		4	5	-	
	Лек	Определение и свойства тройного интеграла. Вычисление тройных интегралов с помощью повторного интегрирования.		2	-	-	
	Пр	Определение и свойства тройного интеграла. Вычисление тройных интегралов с помощью повторного интегрирования.		2	-	-	

Модуль (раздел)	**Вид учебной работы**	**Наименование тем занятий (учебной работы)**	**Семестр**	**Объем, ч.**	**Баллы**	**Интерактив, ч.**	**Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)**
	Пр	Замена переменных в тройных интегралах. Вычисление объёмов с помощью тройных интегралов. Применение математического аппарата для решения физических задач (физические приложения тройных интегралов).		4	5	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		8	-	-	
	СР	Выполнение индивидуального домашнего задания по теме «Кратные интегралы».		12	10	-	
Модуль 2. Криволинейные интегралы.	Лек	Определение и свойства криволинейного интеграла первого рода. Вычисление криволинейного интеграла первого рода с помощью определённого интеграла. Применение математического аппарата для решения физических задач (физические приложения криволинейных интегралов первого рода).	3	2	-	-	Контрольная работа, тест итоговый

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Пр	Вычисление криволинейного интеграла первого рода с помощью определённого интеграла. Физические приложения криволинейных интегралов первого рода.		2	5	-	
	Лек	Определение и свойства криволинейного интеграла второго рода. Вычисление криволинейного интеграла второго рода с помощью определённого интеграла. Применение математического аппарата для решения физических задач (физический смысл криволинейного интеграла второго рода).		2	-	-	
	Пр	Вычисление криволинейного интеграла второго рода с помощью определённого интеграла. Физический смысл криволинейного интеграла второго рода.		2	-	-	
	Пр	Формула Грина. Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.		2	5	-	
	Пр	Контрольная работа №1 по теме «Криволинейные интегралы».		2	20	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		12	-	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Модуль 3. Скалярные и векторные поля.	Лек	Скалярные и векторные поля. Производная по направлению. Градиент. Потенциальное поле. Дивергенция и ротор. Соленоидальное поле.	3	2	-	-	Контрольная работа, тест итоговый
	Пр	Скалярные и векторные поля. Производная по направлению. Градиент. Потенциальное поле. Дивергенция и ротор. Соленоидальное поле.		2	5	-	
	Пр	Оператор Гамильтона. Правила вычислений с оператором Гамильтона. Нестационарные поля. Повторные дифференциальные операции в скалярных и векторных полях. Разложение векторного поля на сумму потенциального и соленоидального полей.		4	-	-	
	Пр	Контрольная работа №2 по теме «Скалярные и векторные поля».		2	20	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		12	-	-	
Модуль 4. Ряды и интегралы Фурье.	Лек	Ортонормированные системы в евклидовом пространстве. Ряд Фурье. Неравенство Бесселя. Замкнутые и полные ортонормированные системы. Равенство Парсеваля.	3	2	-	-	Контрольная работа, тест итоговый

Модуль (раздел)	**Вид учебной работы**	**Наименование тем занятий (учебной работы)**	**Семестр**	**Объем, ч.**	**Баллы**	**Интерактив, ч.**	**Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)**
	Лек	Замкнутость тригонометрической системы и следствия из неё. Тригонометрические ряды Фурье.		2	-	-	
	Лек	Условия равномерной сходимости и сходимости в точке тригонометрического ряда Фурье. Условия почленного дифференцирования. Разложение функции в тригонометрический ряд Фурье.		2	-	-	
	Пр	Разложение функции в тригонометрический ряд Фурье.		2	-	-	
	Лек	Преобразование Фурье и его свойства. Условия разложимости функции в интеграл Фурье. Обратное преобразование Фурье.		2	-	-	
	Пр	Прямое и обратное преобразования Фурье.		2	-	-	
	Пр	Контрольная работа №3 по теме «Ряды и интегралы Фурье».		2	20	-	
	СР	Работа с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение домашних заданий.		12	-	-	
	ПА		3	0,35	-	-	

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
	Контроль		3	35,65	-	-	
			Итого:	**144**	**100**		

Схема расчета итогового балла: Текущий рейтинг (все занятия и промежуточные тесты) + Результат итогового теста и все делится на 2

5. Образовательные технологии

Технология традиционного обучения: лекции 1-9, практические занятия 1-17.

6. Методические указания по освоению дисциплины

Для успешного освоения дисциплины необходимы посещение студентами лекционных и практических занятий, самостоятельная работа студентов с лекционным материалом и учебной литературой, выполнение индивидуального домашнего задания и всех предусмотренных в семестре контрольных работ.

Изучение дисциплины требует систематического и последовательного накопления знаний, следовательно, пропуски отдельных тем не позволяют глубоко освоить предмет.

В ходе лекционных занятий полезно задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Студент может дополнить список предложенной литературы современными источниками, не представленными в списке, и в дальнейшем использовать собственные подготовленные учебные материалы при написании курсовых и выпускных квалификационных работ.

Студентам следует

- при подготовке к практическим занятиям обязательно использовать не только лекции, учебную литературу, но и другие источники;
- в начале занятий задавать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и использовании при решении задач, предложенных для самостоятельного решения;
- на занятиях доводить каждую задачу до окончательного ответа, демонстрировать понимание проведенных расчетов (рассуждений), в случае затруднений обращаться к преподавателю.

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что решение задач проводится по рассмотренному на лекциях материалу и связано, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться студентом на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и в процессе решения задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (что очень важно) для активной проработки лекционного материала.

При самостоятельном решении задач нужно обосновывать каждый этап решения, исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала вычислений (рассуждений, преобразований) составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение задач следует излагать подробно, вычисления (рассуждения, преобразования) располагать в строгом порядке. Решение при необходимости нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками.

Полезно (если это возможно) решать задачу несколькими способами и сравнивать полученные результаты. Решение задач определённого типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.

Подготовка к экзамену способствует закреплению, углублению и систематизации знаний, получаемых в процессе обучения. Готовясь к экзамену, студент ликвидирует имеющиеся пробелы в знаниях, упорядочивает свои знания. На экзамене студент демонстрирует как теоретические знания, приобретённые в процессе обучения по данной учебной дисциплине, так и навыки их практического использования при решении задач.

Необходимо ориентировать студентов на систематическую подготовку к занятиям в течение семестра, поскольку это позволит освоить основы изучаемой дисциплины, а время экзаменационной сессии можно будет использовать для систематизации уже имеющихся знаний.

7. Оценочные средства

7.1. Паспорт оценочных средств

Семестр	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
3	ПК-7	*Тестовые задания 1-500* *Вопросы к экзамену 1-90* *Индивидуальное домашнее задание* *Контрольные работы №1, 2, 3*

7.2. Типовые задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

7.2.1. <u>Индивидуальное домашнее задание по теме «Кратные интегралы»</u>

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Вариант 1

Задание 1. Изменить порядок интегрирования:

$$\int_{-2}^{-1}dy\int_{-\sqrt{2+y}}^{0} fdx+\int_{-1}^{0}dy\int_{-\sqrt{-y}}^{0} fdx$$

Задание 2. Вычислить:

1) $\iint\limits_D (12x^2y^2+16x^3y^3)dxdy$

D: $x=1,\ y=x^2, y=-\sqrt{x}$

2) $\iint\limits_D ye^{\frac{xy}{2}}dxdy;$

D: $y=\ln 2, y=\ln 3, x=2, x=4$

3) $\iiint\limits_V 2y^2e^{xy}dxdydz$

V: $\begin{cases} x=0, y=1, y=x, \\ z=0, z=1 \end{cases}$

4) $\iiint\limits_V xdxdydz,$

V: $y=10x, y=0, x=1, z=xy, z=0.$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

1) $y=\dfrac{3}{x}, y=4e^x, y=3, y=4;$

2) $y^2-2y+x^2=0$
$y^2-4y+x^2=0$
$y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}, y=\sqrt{3}x$

Задание 4. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, m-поверхностная плотность.

Найти ее массу.

D: $x=1, y=0, y^2=4x(y\geq 0);$

m $=7x^2+y$

Задание 5. Пластинка D задана неравенствами, m- поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

D: $x^2+\dfrac{y^2}{4}\leq 1;$

$m=y^2$

Задание 6. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

1) $y = 16\sqrt{2x}, y = \sqrt{2x},$ $z = 0, x + z = 2$

2) $x^2 + y^2 = 2y,$ $z = \frac{5}{4} - x^2, z = 0$

3) $y = 5x^2 + 2, y = 7,$ $z = 3y^2 - 7x^2 - 2,$ $z = 3y^2 - 7x^2 - 5$

4) $z = \sqrt{9 - x^2 - y^2},$ $\frac{9z}{2} = x^2 + y^2$

5) $z = 2 - 12(x^2 + y^2),$ $z = 24x + 2$

Задание 7. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$1 \le x^2 + y^2 + z^2 \le 49,$$
$$-\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{35}} \le z \le -\sqrt{\frac{x^2 + y^2}{3}},$$
$$-x \le y \le 0$$

Задание 8. Тело V задано ограничивающими его поверхностями, m-плотность. Найти массу тела.

$$64(x^2 + y^2) = z^2, x^2 + y^2 = 4,$$
$$y = 0, z = 0 (y \ge 0, z \ge 0)$$

m= $\frac{5(x^2 + y^2)}{4}$

Вариант 2

Задание 1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{y}}^0 f dx + \int_1^{\sqrt{2}} dy \int_{-\sqrt{2-y^2}}^0 f dx$$

Задание 2. Вычислить:

1) $\iint\limits_D (9x^2 + y^2 + 48x^3y^3) dxdy$

D: $x = 1,$ $y = -x^2, y = \sqrt{x}$

2) $\iint\limits_D y^2 \sin\frac{xy}{2} dxdy;$

D: $y = \ln 2, y = \ln 3, x = 2, x = 4$

3) $\iiint\limits_V x^2 z \sin(xyz) dxdydz$

V: $\begin{cases} x = 2, y = \Pi, z = 1, \\ x = 0, y = 0, z = 0 \end{cases}$

4) $\iiint\limits_V \frac{dxdydz}{(1 + \frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8})^4}$

$\frac{x}{3} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1$

V: $x = 0, y = 0, z = 0$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

1) $x = \sqrt{36 - y^2}, x = 6 - \sqrt{36 - y^2}$

2) $x^2 - 4x + y^2 = 0$
$x^2 - 8x + y^2 = 0$
$y = 0, y = \frac{x}{\sqrt{3}}$

Задание 4. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, m-поверхностная плотность.

Найти ее массу.

D: $x^2+y^2=1, x^2+y^2=4, x=0,$ $y=0(x\ge 0, y\ge 0);$

m $=\dfrac{(x+y)}{(x^2+y^2)}$

Задание 5. Пластинка D задана неравенствами, m- поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

D: $1\le \dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}\le 2$ $y\ge 0, y\le \dfrac{2}{3}x$

m= $\dfrac{y}{x}$

Задание 6. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

1) $y=5\sqrt{x}, y=\dfrac{5x}{3}$ $z=0, z=5+5\dfrac{\sqrt{x}}{3}$

2) $x^2+y^2=y, x^2+y^2=4y,$ $z=\sqrt{x^2+y^2}, z=0$

3) $y=5x^2+2, y=-4x^2+7,$ $z=4+9x^2+5y^2,$ $z=-1+9x^2+5y^2;$

4) $z=15\dfrac{\sqrt{x^2+y^2}}{2},$ $z=\dfrac{17}{2-x^2-y^2}$

5) $z=10[(x-1)^2+y^2]+1$ $z=21-20x$

Задание 7. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$4\le x^2+y^2+z^2\le 64,$$
$$-\sqrt{\frac{x^2+y^2}{15}}\le z\le -\sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}},$$
$$-\sqrt{3x}\le y\le 0$$

Задание 8. Тело V задано ограничивающими его поверхностями, m-плотность. Найти массу тела.

$$x^2+y^2+z^2=4, x^2+y^2=1,$$
$$(x^2+y^2\le 1), x=0(x\ge 0);$$

m= $4|z|$

Вариант 3

Задание 1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^1 dy\int_0^y fdx+\int_1^{\sqrt{2}} dy\int_0^{-\sqrt{2-y^2}} fdx$$

Задание 2. Вычислить:

1) $\iint\limits_D (36x^2y^2-96x^3y^3)dxdy$ 3) $\iiint\limits_V y^2ch(2xy)dxdydz$

D: $x=1,\ y=\sqrt[3]{x}, y=-x^3$ V: $\begin{cases} x=0, y=-2, z=2, \\ y=4x, z=0 \end{cases}$

2) $\iint\limits_D y\cos xy dxdy;$ 4) $\iiint\limits_V 15(y^2+z^2)dxdydz$

D: $y=\ln 2, y=\ln 3, x=2, x=4$ V: $z=x+y, x+y=1, x=0, y=0, z=0$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

1) $x^2+y^2=72, 6y=-x^2 (y\le 0)$ 2) $y^2-6y+x^2=0$

$y^2-8y+x^2=0$

$y=\sqrt{3}x, y=\dfrac{x}{\sqrt{3}}$

Задание 4. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, m-поверхностная плотность.

Найти ее массу.

D: $x=1, y=0, y^2=4x (y\ge 0);$

m $=\dfrac{7x^2}{2}+5y;$

Задание 5**.** Пластинка D задана неравенствами, m- поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

D: $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{25}\le 1, y\ge 0;$

m $=x^2y$

Задание 6. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

1) $x^2+y^2=2, y=\sqrt{x}, y=0$

$z=0, z=15x$

2) $x^2+y^2=8\sqrt{2}x, z=x^2+y^2-64$

$z=0 (z\ge 0)$

3) $x=-5y^2+2, x=-3,$

$z=3x^2+y^2+1$

$z=3x^2+y^2-5$

4) $z=\sqrt{4-x^2-y^2}$

$z=\sqrt{\dfrac{(x^2+y^2)}{255}}$

5) $z=8(x^2+y^2)+3$ $z=16x+3$

Задание 7. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$4\le x^2+y^2+z^2\le 64,$$

$$z\le\sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}},$$

$$-\sqrt{3x}\le y\le 0$$

Задание 8. Тело V задано ограничивающими его поверхностями, m-плотность. Найти массу тела.

$$x^2+y^2+=1, x^2+y^2=2z,$$

$$x=0, y=0, z=0 (x\ge 0, y\ge 0)$$

m=$10x$

Вариант 4.

Задание 1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{y}} fdx+\int_1^2 dy\int_0^{\sqrt{2-y^2}} fdx$$

Задание 2. Вычислить:

1) $\iint\limits_D (18x^2y^2+32x^3y^3)dxdy$

D: $x=1,\ y=-\sqrt[3]{x}, y=x^3$

3) $\iiint\limits_V 8y^2ze^{2xyz}dxdydz$

V: $\begin{cases} x=-1, y=2, z=1, \\ x=0, y=0, z=0 \end{cases}$

2) $\iint\limits_D y^2 e^{-\frac{xy}{4}}dxdy;$

D: $x=0, y=2, y=x$

4) $\iiint\limits_V (3x+4y)dxdydz$

V: $y=x, y=0, x=1, z=5(x^2+y^2), z=0$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

1) $x=8-y^2; x=-2y;$

2) $x^2-2x+y^2=0$
$x^2-4x+y^2=0$
$y=0, y=x$

Задание 4. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, m-поверхностная плотность.

Найти ее массу.

D: $x^2+y^2=9, x^2+y^2=16;$
$x=0, y=0 (x\ge 0, y\ge 0);$

m $=\dfrac{(2x+5y)}{(x^2+y^2)}$

Задание 5. Пластинка D задана неравенствами, m- поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

D: $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{25}\le 1, y\ge 0;$
$x=0, y=0 (x\ge 0, y\ge 0);$

m $=\dfrac{7x^2y}{18}$

Задание 6. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

1) $x+y=2, y=\sqrt{x}, z=12y, z=0$

2) $x^2+y^2+4x=0, z=8-y^2, z=0$

3) $x=2y^2-3, x=-7y^2+6$
$z=1+\sqrt{x^2+16y^2}$
$z=-3+\sqrt{x^2+16y^2}$

4) $z=\sqrt{64-x^2-y^2}, z=1$
$x^2+y^2=60$
(внутри цилиндра)

5) $z=2-20[(x+1)^2+y^2]$
$z=-40x-38$

Задание 7. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$4\le x^2+y^2+z^2\le 36$$

$$z \le -\sqrt{\frac{x^2+y^2}{63}},$$

$$0 \le y \le -\frac{x}{\sqrt{3}}$$

Задание 8. Тело V задано ограничивающими его поверхностями, m-плотность. Найти массу тела.

$$x^2+y^2=\frac{16}{49}, x^2+y^2=\frac{4}{7}z,$$
$$x=0, y=0, (x\ge 0, y\ge 0)$$
m=$80yz$

Вариант 5

Задание 1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_{-\sqrt{2}}^{-1}dx\int_{-\sqrt{2-x^2}}^{0} fdy+\int_{-1}^{0}dx\int_{x}^{0} fdx$$

Задание 2. Вычислить:

1) $\iint\limits_D (27x^2y^2+48x^3y^3)dxdy$

D: $x=1,\ y=-\sqrt[3]{x}, y=x^2$

2) $\iint\limits_D y\sin xydxdy,$

D: $x=0, y=2, y=x$

3) $\iiint\limits_V x^2 sh(3xy)dxdydz$

V: $\begin{cases} x=1, y=2x, y=0, \\ z=36, z=0 \end{cases}$

4) $\iiint\limits_V (1+2x^3)dxdydz$

V: $y=x, y=0, x=1, z=5(x^2+y^2), z=0$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

1) $y=\frac{3}{x}; y=8e^x, y=3, y=8;$

2) $y^2-8y+x^2=0$

$y^2-10x+x^2=0$

$y=\frac{x}{\sqrt{3}}, y=\sqrt{3}x$

Задание 4. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, m-поверхностная плотность.

Найти ее массу.

D: $x=2y=0, y^2=2x(y\ge 0);$

m $=\frac{7x^2}{(8+2y)}$

Задание 5. Пластинка D задана неравенствами, m- поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

D: $1\le \frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{25}\le 4, y\ge 0, y\le \frac{x}{2}$

m $=\frac{8y}{x^3}$

Задание 6. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

1) $x=20\sqrt{2y}, x=5\sqrt{2y}, z+y=\frac{1}{2}y, z=0$

2) $x^2+y^2=6x, x^2+y^2=9x, z=\sqrt{x^2+y^2}, z=0, y=0 (y\le 0)$

3) $y=-6x^2+8, y=2,$

4) $z=\sqrt{\frac{16}{9}-x^2-y^2},$

$2z=x^2+y^2$

$z=x-x^2-y^2-1$

$z=x-x^2-y^2-5$

$z=4-14[x^2+y^2]$

5) $z=-4-28x$

Задание 7. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$1\le x^2+y^2+z^2\le 36$$

$$z\le\sqrt{\frac{x^2+y^2}{99}},$$

$$-\sqrt{3x}\le y\le\sqrt{3x}$$

Задание 8. Тело V задано ограничивающими его поверхностями, m-плотность. Найти массу тела.

$$x^2+y^2+z^2=1, x^2+y^2=4z^2,$$

$$x=0, y=0, (x\ge 0, y\ge 0, z\ge 0)$$

m= $20z$

Вариант 6

Задание 1. Изменить порядок интегрирования

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}dx\int_0^{\arcsin x}fdy+\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{1}dx\int_0^{\arccos x}fdy$$

Задание 2. Вычислить:

1) $\iint\limits_D (18x^2y^2+32x^3y^3)dxdy$

D: $x=1,\ y=\sqrt[3]{x}, y=-x^2$

3) $\iiint\limits_v y^2z^2\cos xyz dxdydz$

V: $\begin{cases} x=1, y=\Pi, y=0, \\ z=2, z=0, x=0 \end{cases}$

2) $\iint\limits_D y^2\cos\frac{xy}{2}dxdy;$

D: $x=0, y=2, y=x$

4) $\iiint\limits_V (1+2x^3)dxdydz$

V: $y=x, y=0, x=1, z=5(x^2+y^2), z=0$

Задание 3. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

1) $y=\frac{3}{x}; y=8e^x, y=3, y=8;$

2) $x^2-4x+y^2=0$

$x^2-8x+y^2=0$

$y=0, y=x$

Задание 4. Пластинка D задана ограничивающими ее кривыми, m-поверхностная плотность.

Найти ее массу.

D: $x^2+y^2=1, x^2+y^2=16$

$x=0, y=0 (x\geq 0, y\geq 0)$

m $=\dfrac{(x+y)}{(x^2+y^2)}$

Задание 5. Пластинка D задана неравенствами, m- поверхностная плотность. Найти массу пластинки.

D: $\dfrac{x^2}{9}+y^2\leq 1, x\geq 0$

m $=\dfrac{8y}{x^3}$

Задание 6. Найти объем тела, заданного ограничивающими его поверхностями:

1) $x^2+y^2=2, x=\sqrt{y}, x=0$

$z=0, z=\dfrac{12x}{5}$

2) $x^2+y^2=2y,\ x^2+y^2=5y,$

$z=\sqrt{x^2+y^2}, z=0$

3) $x=5y^2-9, x=-4,$

$z=x^2+4x-y^2-4, z=x^2+4x-y^2+2$

4) $z=\sqrt{100-x^2-y^2}, z=6$

$x^2+y^2=51$ (внутри цилиндра)

5) $z=4-6[(x-1)^2+y^2],\ \ z=12x-8$

Задание 7. Найти объем тела, заданного неравенствами

$$4\leq x^2+y^2+z^2\leq 64$$
$$\sqrt{\frac{x^2+y^2}{35}}\leq z\leq\sqrt{\frac{x^2+y^2}{3}},$$
$$x\leq y\leq 0$$

Задание 8. Тело V задано ограничивающими его поверхностями, m-плотность. Найти массу тела.

$$x^2+y^2=4, x^2+y^2=8z,$$
$$x=0, y=0, z=0 (x\geq 0, y\geq 0)$$

m= $5z$

Краткое описание и регламент выполнения

Индивидуальное домашнее задание сдается преподавателю в течение двух недель после изучения модуля «Кратные интегралы».

Критерии оценки:

- верное выполнение 90-100% заданий - 10 баллов;
- верное выполнение 80-89% заданий - от 8 до 9 баллов;
- верное выполнение 66-79% заданий - от 7 до 8 баллов;
- верное выполнение 50-65% заданий - от 5 до 7 баллов;
- верное выполнение менее 50% заданий - от 0 до 5 баллов.

7.2.2. <u>Контрольная работа №1 по теме «Криволинейные интегралы»</u>

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Вариант 1

Задание 1. Вычислить $\int_L \left(x^{4/3} + y^{4/3}\right) dl$, где $L -$ астроида $x = acos^3 t,\ y = asin^3 t$, $0 \le t \le 2\pi$.

Задание 2. Вычислить $\int_L \ ydl$ по отрезку прямой от точки (0; 0) до точки (2; 4).

Задание 3. Вычислить $\int_L \ (x^2 + y^{2)}dx + xydy$ по кривой $y = e^x$ от точки $(0; 1)$ до точки (1; e).

Задание 4. Вычислить $\int_L \ xydx + y^2dy$ по кривой $x = t^2,\ y = t,\ 1 \le t \le 2,$ в направлении возрастания параметра.

Задание 5. Вычислить работу силы $\vec{F} = \{y, -x\}$ при перемещении материальной точки массы 1 вдоль дуги окружности $x = cost,\ \ y = sint,\ -\pi/4 \le t \le \pi/4$, пробегаемой по ходу часовой стрелки.

Вариант 2

Задание 1. Вычислить массу материальной кривой, заданной уравнением $y = lnx,\ 1 \le x \le e$, с плотностью $\rho(x, y) = x^2$.

Задание 2. Вычислить $\int_L \ 2xdl$ по параболе $y = x^2$ от точки (0; 0) до точки (1; 1).

Задание 3. Вычислить $\int_{AB}(x + y)dx$ по параболе $y = x^2/2$ от точки (0; 0) до точки (2; 2).

Задание 4. Вычислить $\int_L \ x^2ydx + y^2xdy$ по кривой $x = t,\ y = t^3,\ 0 \le t \le 1,$ в направлении возрастания параметра.

Задание 5. Вычислить $\int_{AB}(x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy$ по кривой $y = 1 - |1 - x|$ от точки (0; 0) до точки (2; 0).

Вариант 3

Задание 1. Вычислить $\int_L \ (x + \mathrm{y})\, dl$, где $L -$ кривая, заданная уравнениями $x = t,\ y = t,\ \mathrm{z} = \sqrt{R^2 - 2t^2}, 0 \le t \le R/2$.

Задание 2. Вычислить $\int_L \ 3ydl$ по отрезку прямой от точки (0; 0) до точки (1; 3).

Задание 3. Вычислить $\int_{AB}(x + y)dx$ по ломаной ACB, проходящей через точки A(0; 0), C(2; 0), B(2; 2).

Задание 4. Вычислить $\int_L \ (x + y)dx + (x - y)dy$ по кривой $x = Rcost,\ y = Rsint,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2}\ \ (R > 0)$, в направлении возрастания параметра.

Задание 5. Вычислить работу силы $\vec{F} = \{z, -x, y\}$ при перемещении материальной точки массы 1 вдоль кривой $x = acost,\ \ y = bsint,\ z = ct,\ 0 \le t \le 2\pi\ \ (a, b, c > 0)$, от точки A(a, 0, 0) до точки B(a, 0, 2π).

Вариант 4

Задание 1. Вычислить $\int_L \ \mathrm{y}^2\, dl$, где $L -$ арка циклоиды $x = t - sint,\ y = 1 - cost,\ 0 \le t \le 2\pi$.

Задание 2. Вычислить $\int_L \ 5ydl$ по параболе $3x = y^2$ от точки (0; 0) до точки (3; 3).

Задание 3. Вычислить $\int_{AB}(x + y)dx - xdy$ по ломаной ACB, проходящей через точки A(0; 0), C(2; 0), B(4; 2).

Задание 4. Вычислить $\int_L \ y^2dx + xydy$ по кривой $x = acost,\ y = bsint,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2}\ \ (a, b > 0)$, в направлении возрастания параметра.

Задание 5. Вычислить работу силы $\vec{F} = \{x + y, 2x\}$ при перемещении материальной точки массы 1 вдоль окружности $x = acost,\ \ y = asint,\ \ 0 \le t \le 2\pi\ \ (a > 0)$, пробегаемой против хода часовой стрелки.

Вариант 5

Задание 1. Вычислить $\int_L\ z\,dl$, где $L -$ коническая винтовая линия $x = \mathrm{t}\cos\mathrm{t},\ \ y = tsint$, $\mathrm{z} = \mathrm{t},\ \ 0 \le t \le 1$.

Задание 2. Вычислить $\int_L\ 6xdl$ по параболе $y = 3x^2$ от точки (1; 3) до точки (2; 12).

Задание 3. Вычислить $\int_{AB} ydx + xdy$ по ломаной АСВ, проходящей через точки A(0; 0), C(2; 0), B(4; 2).

Задание 4. Вычислить $\int_L\ ydx - xdy$ по кривой $x = acos^3t,\ y = asin^3t,\ 0 \le t \le \frac{\pi}{2}\ \ (a > 0)$, в направлении возрастания параметра.

Задание 5. Вычислить работу силы $\vec{F} = \{x + y, x\}$ при перемещении материальной точки массы 1 вдоль окружности $x = acost,\ \ y = asint,\ \ 0 \le t \le 2\pi\ \ (a > 0)$, пробегаемой против хода часовой стрелки.

Вариант 6

Задание 1. Вычислить массу материальной кривой L, заданной уравнениями $x = e^{-t}cost,\ \ y = e^{-t}sint,\ \ z = e^{-t},\ \ 0 \le t \le ln3$, и имеющей постоянную плотность ρ_0.

Задание 2. Вычислить $\int_L\ 7xdl$ по отрезку прямой от точки (1; 4) до точки (2; 8).

Задание 3. Вычислить $\int_L\ xdy$ по контуру треугольника, образованного прямыми $y = x,\ \ x = 2,\ \ y = 0$, проходимому в положительном направлении.

Задание 4. Вычислить $\int_L\ y^2dx + x^2dy$ по кривой $x = a(t - sint),\ \ y = a(1 - cost)$, $0 \le t \le 2\pi\ \ (a > 0)$, в направлении возрастания параметра.

Задание 5. Вычислить $\int_{AB} xdx - ydy$ по ломаной АСВ, проходящей через точки A(0; 0), C(1; 0), B(1; 2).

Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа выполняется на практическом занятии после изучения модуля «Криволинейные интегралы» и сдается преподавателю.

Критерии оценки:

- правильное выполнение не менее 90% работы - 20 баллов;
- правильное выполнение 70-89% работы - 15-19 баллов;
- правильное выполнение 50-69% работы - 10-14 баллов;
- правильное выполнение менее 50% работы - 0-9 баллов.

7.2.3. <u>Контрольная работа №2 по теме «Скалярные и векторные поля»</u>

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Вариант 1

Задание 1. Вычислить производную скалярного поля $u = x^2 + y^2$ в точке $M(1; 1)$ по направлению вектора $\vec{l} = \{-1; 1\}$.

Задание 2. Вычислить градиент скалярного поля $u = (x - 1)(y - 2)(z - 3)$ в точке $M(2; 3; 4)$.

Задание 3. Вычислить дивергенцию векторного поля $\vec{a} = (x-y)(y-z)\vec{i} + (y-z)(z-x)\vec{j} + (z-x)(x-y)\vec{k}$.

Задание 4. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a} = \frac{y}{x}\vec{i} + \frac{z}{y}\vec{j} + \frac{x}{z}\vec{k}$.

Задание 5. Доказать равенство $gradf(u) = f^{/}(u)gradu$.

Вариант 2

Задание 1. Вычислить производную скалярного поля $u = 3xy^2z^3$ в точке $M(0;1;2)$ по направлению вектора $\vec{l} = \{2;4;0\}$.

Задание 2. Вычислить градиент скалярного поля $u = x^2 - 3yz$ в точке $M(-1;0;2)$.

Задание 3. Вычислить дивергенцию векторного поля $\vec{a} = (y^2+z^2)(x+y)\vec{i} + (z^2+x^2)(y+z)\vec{j} + (x^2+y^2)(z+x)\vec{k}$.

Задание 4. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a} = yz\vec{i} + zx\vec{j} + xy\vec{k}$.

Задание 5. Доказать равенство $gradf(u,v) = \frac{\partial f}{\partial u}gradu + \frac{\partial f}{\partial v}gradv$.

Вариант 3

Задание 1. Вычислить производную скалярного поля $u = e^{x-y}$ в точке $M(2;3)$ по направлению вектора $\vec{l} = \{1;0\}$.

Задание 2. Вычислить градиент скалярного поля $u = \sin(xy)$ в точке $M(-2;1)$.

Задание 3. Вычислить дивергенцию векторного поля $\vec{a} = (x^2+y^2)(y-z)\vec{i} + (y^2+z^2)(z-x)\vec{j} + (z^2+x^2)(x-y)\vec{k}$.

Задание 4. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a} = y^2z^3\vec{i} + 2xyz^2\vec{j} + 3xy^2z^2\vec{k}$.

Задание 5. Доказать равенство $grad(u+v) = gradu + gradv$.

Вариант 4

Задание 1. Вычислить производную скалярного поля $u = \frac{x}{y}$ в точке $M(2;2)$ по направлению вектора $\vec{l} = \{-3;1\}$.

Задание 2. Вычислить градиент скалярного поля $u = \frac{xy}{z}$ в точке $M(1;-1;2)$.

Задание 3. Вычислить дивергенцию векторного поля $\vec{a} = f_1(y,z)\vec{i} + f_2(x,z)\vec{j} + f_3(x,y)\vec{k}$.

Задание 4. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a} = yz\vec{i} + z(x+2y)\vec{j} + y(x+y)\vec{k}$.

Задание 5. Доказать равенство $grad(u/v) = \frac{vgradu - ugradv}{v^2}$.

Вариант 5

Задание 1. Вычислить производную скалярного поля $u = \cos(2yz)$ в точке $M(0;1;4)$ по направлению вектора $\vec{l} = \{-1;4;8\}$.

Задание 2. Вычислить модуль градиента скалярного поля $u = \frac{x-y^2}{2}$ в точке $M(2;4)$.

Задание 3. Вычислить дивергенцию векторного поля $\vec{a} = (x+y)\vec{i} + (y+z)\vec{j} + (z+x)\vec{k}$.

Задание 4. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a} = \frac{y}{x^2}\vec{j} - \frac{1}{x}\vec{k}$.

Задание 5. Доказать равенство $div(u\vec{c}) = (\vec{c}, gradu)$, где $\vec{c}$ – постоянный вектор.

Вариант 6

Задание 1. Выяснить, в каких точках градиент скалярного поля $u = x^2 + y^2 - 2xy$ равен нулю.

Задание 2. Вычислить производную скалярного поля $u = \frac{x}{y^2}$ в точке $M(3;1)$ по направлению вектора $\vec{l} = \{-2;4\}$.

Задание 3. Вычислить дивергенцию векторного поля $\vec{a} = (xy)\vec{i} + (yz)\vec{j} + (zx)\vec{k}$.

Задание 4. Вычислить ротор векторного поля $\vec{a} = \frac{y}{x^2}\vec{i} - \frac{1}{x}\vec{j}$.

Задание 5. Доказать равенство $div(\vec{a} + \vec{b}) = div\vec{a} + div\vec{b}$.

Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа выполняется на практическом занятии после изучения модуля «Скалярные и векторные поля» и сдается преподавателю.

Критерии оценки:

- правильное выполнение не менее 90% работы - 20 баллов;
- правильное выполнение 70-89% работы - 15-19 баллов;
- правильное выполнение 50-69% работы - 10-14 баллов;
- правильное выполнение менее 50% работы - 0-9 баллов.

7.2.4. <u>Контрольная работа №3 по теме «Ряды и интегралы Фурье»</u>

(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Вариант 1

Задание 1. Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = x^2$ на отрезке $[-1, 1]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

Задание 2. Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = \begin{cases} -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$ на отрезке $[-1, 1]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

Задание 3. Вычислить сумму тригонометрического ряда Фурье функции $f(x) = x + 2, -1 \leq x \leq 1$, в точке $x = 0$.

Задание 4. Найти прямое и обратное преобразования Фурье для функции $f(x) = \begin{cases} |x|, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$.

Вариант 2

Задание 1. Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = x - 1$ на отрезке $[-2, 2]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

Задание 2. Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ на отрезке $[-\pi, \pi]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

Задание 3. Вычислить сумму тригонометрического ряда Фурье функции $f(x) = 5x^2, -2 \leq x \leq 2$, в точке $x = 1$.

Задание 4. Найти прямое и обратное преобразования Фурье для функции $f(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$.

Вариант 3

Задание 1. Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = xcos(2x)$ на отрезке $[-\pi, \pi]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

Задание 2. Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$ на отрезке $[-2, 2]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

Задание 3. Вычислить сумму тригонометрического ряда Фурье функции

$f(x) = \begin{cases} -2, x \in [-1,0] \\ 1, x \in (0,1] \end{cases}$ в точке $x = -1$.

Задание 4. Найти прямое и обратное преобразования Фурье для функции

$$f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (0,1] \\ -1, & x \in [-1,0) \\ 0, & x = 0 \text{ или } |x| > 1 \end{cases}.$$

Вариант 4

Задание 1. Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = (3x+1)sinx$ на отрезке $[-3, 3]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

Задание 2. Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = \begin{cases} 2, & x \geq 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ на отрезке $[-2, 2]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

Задание 3. Вычислить сумму тригонометрического ряда Фурье функции $f(x) = \begin{cases} 3x, & x \in (0,3] \\ 0, & x \in [-3,0] \end{cases}$ в точке $x = 0$.

Задание 4. Найти прямое и обратное преобразования Фурье для функции $f(x) = \begin{cases} 2, & x \in [0,1] \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1 \end{cases}$.

Вариант 5

Задание 1. Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = x^3$ на отрезке $[-1, 1]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

Задание 2. Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = |x|$ на отрезке $[-1, 1]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

Задание 3. Вычислить сумму тригонометрического ряда Фурье функции $f(x) = [x], -2 \leq x \leq 2$, в точке $x = 2$.

Задание 4. Найти прямое и обратное преобразования Фурье для функции

$$f(x) = \begin{cases} -3, & x \in [-1,0] \\ 0, & x < -1 \text{ или } x > 0 \end{cases}.$$

Вариант 6

Задание 1. Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = 3x^2$ на отрезке $[-2, 2]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

Задание 2. Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$ на отрезке $[-2, 2]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

Задание 3. Вычислить сумму тригонометрического ряда Фурье функции $f(x) = \begin{cases} x^2, x \in [0,1] \\ 3, x \in [-1,0) \end{cases}$ в точке $x = 0$.

Задание 4. Найти прямое и обратное преобразования Фурье для функции

$$f(x) = \begin{cases} 3, & x \in [0,1] \\ -2, & x \in (1,2] \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 2 \end{cases}.$$

Краткое описание и регламент выполнения

Контрольная работа выполняется на практическом занятии после изучения модуля «Ряды и интегралы Фурье» и сдается преподавателю.

Критерии оценки:

- правильное выполнение не менее 90% работы - 20 баллов;
- правильное выполнение 70-89% работы - 15-19 баллов;

- правильное выполнение 50-69% работы - 10-14 баллов;
- правильное выполнение менее 50% работы - 0-9 баллов.

7.2.5. <u>Тест итоговый по курсу «Дополнительные главы анализа 1»</u>
(наименование оценочного средства)

Типовой(ые) пример(ы) задания(ий)

Модуль I. Кратные интегралы
Тема 1.1. Двойные интегралы

1. Вычисление интеграла $\iint_G f(x,y)dxdy$, где $G-$ область, ограниченная линиями $y = e^x, y = 0, x = -1, x = 1$, сводится к вычислению
   - двух повторных интегралов независимо от того, по какой переменной производится внешнее интегрирование
   - двух повторных интегралов, если внешнее интегрирование производится по x, и одного повторного интеграла, если внешнее интегрирование производится по y
   - одного повторного интеграла независимо от того, по какой переменной производится внешнее интегрирование
   - двух повторных интегралов, если внешнее интегрирование производится по y, и одного повторного интеграла, если внешнее интегрирование производится по x

2. Интеграл $\iint_G (x+y^2)dxdy$, где $G-$ область, ограниченная кривыми $y = x$ и $y = x^2$, равен
   - 1/7
   - 1/6
   - 2/21
   - 5/42

3. Справедливо равенство
   - $\int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x,y)dy = \int_0^1 dy \left[\int_{y^2/2}^{1-\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx + \int_{1+\sqrt{1-y^2}}^{2} f(x,y)dx\right] + \int_1^2 dy \int_{y^2/2}^{2} f(x,y)dx$
   - $\int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x,y)dy = \int_0^2 dy \left[\int_{y^2/2}^{1-\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx + \int_{1+\sqrt{1-y^2}}^{2} f(x,y)dx\right] + \int_1^2 dy \int_{y^2/2}^{2} f(x,y)dx$
   - $\int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x,y)dy = \int_0^1 dy \left[\int_{y^2/2}^{1-\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx + \int_{1+\sqrt{1-y^2}}^{2} f(x,y)dx\right] + \int_1^2 dy \int_{y^2/2}^{1} f(x,y)dx$
   - $\int_0^2 dx \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{2x}} f(x,y)dy = \int_0^1 dy \left[\int_{y^2/2}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx + \int_{1+\sqrt{1-y^2}}^{2} f(x,y)dx\right] + \int_1^2 dy \int_{y^2/2}^{2} f(x,y)dx$

4. Если в интеграле $\iint_G f(x,y)dxdy$, где $G -$ круг, ограниченный окружностью $x^2+y^2=2x$, перейти к полярным координатам (ρ,φ), то области G будет соответствовать область g, задаваемая неравенствами

- $-\frac{\pi}{2}\le\varphi\le\frac{\pi}{2},\ 0\le\rho\le cos\varphi$
- $-\frac{\pi}{2}\le\varphi\le\frac{\pi}{2},\ 0\le\rho\le 2cos\varphi$
- $0\le\varphi\le\frac{\pi}{2},\ 0\le\rho\le cos\varphi$
- $0\le\varphi\le\frac{\pi}{2},\ 0\le\rho\le 2cos\varphi$

5. Интеграл $\iint_G x^2y^2dxdy$, где $G=\{(x,y):1\le x^2+y^2\le 4\}$, равен

- $21\pi/4$
- $21\pi/5$
- $21\pi/8$
- $21\pi/2$

Тема 1.2. Тройные интегралы

6. Якобиан перехода от прямоугольных координат (x,y,z) к цилиндрическим координатам (ρ,φ,z) равен

- ρ
- $\rho/2$
- ρ^2
- $\rho^2/2$

7. Переход от прямоугольных координат (x,y,z) к сферическим координатам (r,θ,φ) осуществляется с помощью формул

- $x=r^2sin^2\theta cos^2\varphi,\ y=r^2sin^2\theta sin^2\varphi,\ z=r^2cos^2\theta,\ 0\le r<+\infty, 0\le\theta\le\pi, 0\le\varphi<2\pi$
- $x=r\sin\theta\cos\varphi,\ y=\mathrm{r}\sin\theta\sin\varphi,\ z=\mathrm{r}\cos\theta,\ 0\le r<+\infty, 0\le\theta\le\pi, 0\le\varphi<2\pi$
- $x=r^2\sin\theta\cos\varphi,\ y=\mathrm{r}^2\sin\theta\sin\varphi,\ z=\mathrm{r}^2\cos\theta,\ 0\le r<+\infty, 0\le\theta\le\pi, 0\le\varphi<2\pi$
- $x=r\sin^2\theta\cos^2\varphi,\ y=\mathrm{r}\sin^2\theta\sin^2\varphi,\ z=\mathrm{r}\cos^2\theta,\ 0\le r<+\infty, 0\le\theta\le\pi, 0\le\varphi<2\pi$

8. При вычислении момента инерции тела относительно начала координат используются

- статические моменты тела относительно координатных плоскостей
- координаты центра тяжести тела
- моменты инерции тела относительно координатных плоскостей
- моменты инерции тела относительно осей координат

9. Если $I=\iiint_T f(x,y,z)dxdydz$, где $T -$ область, ограниченная эллипсоидом $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{z^2}{c^2}=1$, то справедливо равенство

- $I=\int_{-a}^{a}dx\int_{-\frac{1}{b}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}^{\frac{1}{b}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}dy\int_{-\frac{1}{c}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}}^{\frac{1}{c}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}}f(x,y,z)\,dz$
- $I=\int_{-a}^{a}dx\int_{-b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}^{\mathrm{b}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}dy\int_{-\mathrm{c}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}}^{\mathrm{c}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}}f(x,y,z)\,dz$

- $I = \int_{-a}^{a} dx \int_{-\frac{1}{b}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}^{\frac{1}{b}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}} dy \int_{-c\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}}^{c\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}} f(x,y,z)\,dz$
- $I = \int_{-a}^{a} dx \int_{-b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}^{b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}} dy \int_{-\frac{1}{c}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}}^{\frac{1}{c}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}} f(x,y,z)\,dz$

10. Интеграл $\iiint_T (x+y+z)dxdydz,$ где $T -$ область, ограниченная поверхностями $x+y+z=1,\ x=0,\ y=0,\ z=0,$ равен
- 1/4
- 1/8
- 1/6
- 1/10

Модуль II. Криволинейные интегралы

Тема 2.1. Криволинейные интегралы первого рода

11. Если кривая L задана в полярных координатах уравнением $r=r(\varphi), \varphi_1 \le \varphi \le \varphi_2, r^/(\varphi)$ непрерывна на $[\varphi_1, \varphi_2], f(x,y)$ непрерывна вдоль кривой L, то существует криволинейный интеграл первого рода от функции $f(x,y)$ по кривой L, обозначаемый $\int_L f(x,y)dl$, и справедливо равенство
- $\int_L f(x,y)dl = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} f\,(r(\varphi)cos\varphi, \mathrm{r}(\varphi)\sin\varphi)\sqrt{\left(\mathrm{r}(\varphi)\right)^2 + \left(r^/(\varphi)\right)^2}d\varphi$
- $\int_L f(x,y)dl = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} f\,(r^2(\varphi)cos\varphi, \mathrm{r}^2(\varphi)\sin\varphi)\sqrt{\left(\mathrm{r}(\varphi)\right)^2 + \left(r^/(\varphi)\right)^2}d\varphi$
- $\int_L f(x,y)dl = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} f\,(r(\varphi)cos\varphi, \mathrm{r}(\varphi)\sin\varphi)\sqrt{|\mathrm{r}(\varphi)| + |r^/(\varphi)|}d\varphi$
- $\int_L f(x,y)dl = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} f\,(r^2(\varphi)cos\varphi, \mathrm{r}^2(\varphi)\sin\varphi)\sqrt{|\mathrm{r}(\varphi)| + |r^/(\varphi)|}d\varphi$

12. Криволинейный интеграл первого рода обладает следующими свойствами:
- [ ] при изменении направления обхода кривой интеграл изменяет знак
- [ ] линейность
- [ ] аддитивность
- [ ] модуль интеграла не превосходит интеграла от модуля

13. При вычислении статических моментов плоской кривой относительно осей Ox и Oy используются
- [ ] масса кривой
- [ ] плотность кривой
- [ ] моменты инерции кривой относительно координатных осей
- [ ] расстояния от точек кривой до координатных осей

14. Интеграл $\int_L \left(x^{4/3}+y^{4/3}\right) dl$, где $L -$ астроида $x = acos^3 t,\ y = asin^3 t,\ 0 \le t \le 2\pi$, равен

- ○ $3a^{7/3}$
- ○ $4a^{7/3}$
- ○ $2a^{7/3}$
- ○ $6a^{7/3}$

15. Масса материальной кривой, заданной уравнением $y = lnx,\ 1 \le x \le e$, с плотностью $\rho(x,y) = x^2$ равна

- ○ $\frac{1}{2}\left((1+e^2)^{3/2} - 2\sqrt{2}\right)$
- ○ $\frac{1}{3}\left((1+e^2)^{3/2} + 2\sqrt{2}\right)$
- ○ $\frac{1}{2}\left((1+e^2)^{3/2} + 2\sqrt{2}\right)$
- ○ $\frac{1}{3}\left((1+e^2)^{3/2} - 2\sqrt{2}\right)$

Тема 2.2. Криволинейные интегралы второго рода

16. Если кривая AB задана уравнением $y = y(x),\ a \le x \le b$, и имеет кусочно-непрерывную производную, а функции $P(x,y)$ и $Q(x,y)$ кусочно-непрерывны вдоль кривой AB, то существует общий криволинейный интеграл второго рода $\int_{AB} P(x,y)dx + Q(x,y)dy$ и справедливо равенство

- ○ $\int_{AB} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \int_a^b (P\big(x,y(x)\big) + Q(x,y(x))(y'(x))^2)$dx
- ○ $\int_{AB} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \int_a^b (P\big(x,y(x)\big) + Q(x,y(x))y'(x))$dx
- ○ $\int_{AB} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \int_a^b (P\big(x,y(x)\big) + Q(x,y(x))|y'(x)|)$dx
- ○ $\int_{AB} P(x,y)dx + Q(x,y)dy = \int_a^b (P\big(x,y(x)\big) + Q(x,y(x))\sqrt{|y'(x)|})$dx

17. Криволинейные интегралы второго рода обладают следующими свойствами:

- ☐ линейность
- ☐ аддитивность
- ☐ модуль интеграла не превосходит интеграла от модуля
- ☐ при изменении направления обхода кривой знак интеграла изменяется на противоположный

18. Работа силы $\vec{F}(x,y) = P(x,y)\vec{\imath} + Q(x,y)\vec{\jmath}$ при перемещении материальной точки массы 1 из точки A в точку B вдоль кривой AB равна

- ○ $\int_{AB} P^2(x,y)dx + Q^2(x,y)dy$
- ○ $\int_{AB} |P(x,y)|dx + |Q(x,y)|dy$
- ○ $\int_{AB} P(x,y)dx + Q(x,y)dy$
- ○ $\int_{AB} \sqrt{|P(x,y)|}dx + \sqrt{|Q(x,y)|}dy$

19. Интеграл $\int_{AB} x^2dx + xydy$ по кривой $x = cost,\ y = sint,\ 0 \le t \le \pi/2$, в направлении возрастания параметра равен

- ○ 1

- 0
- 2
- -1

20. Интеграл $\int_{AB}(x+y)dx$ по отрезку прямой от точки (0; 0) до точки (2; 2) равен
- 8
- 6
- 4
- 2

Модуль III. Ряды и интегралы Фурье
Тема 3.1. Ряды Фурье

21. Примером ортонормированной системы в пространстве всех кусочно-непрерывных на отрезке $[-\pi,\pi]$ функций является тригонометрическая система
- $\frac{1}{\sqrt{\pi}}, \frac{cosx}{\sqrt{\pi}}, \frac{sinx}{\sqrt{\pi}}, \dots, \frac{\cos(nx)}{\sqrt{\pi}}, \frac{\sin(nx)}{\sqrt{\pi}}, \dots$
- $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}, \frac{cosx}{\sqrt{\pi}}, \frac{sinx}{\sqrt{\pi}}, \dots, \frac{\cos(nx)}{\sqrt{\pi}}, \frac{\sin(nx)}{\sqrt{\pi}}, \dots$
- $\sqrt{\pi}, \sqrt{\pi}cosx, \sqrt{\pi}sinx, \dots, \sqrt{\pi}\cos(nx), \sqrt{\pi}\sin(nx), \dots$
- $\frac{1}{2\sqrt{\pi}}, \frac{cosx}{2\sqrt{\pi}}, \frac{sinx}{2\sqrt{\pi}}, \dots, \frac{\cos(nx)}{2\sqrt{\pi}}, \frac{\sin(nx)}{2\sqrt{\pi}}, \dots$

22. Рядом Фурье элемента f по ортонормированной системе $\{\psi_k\}_{k=1}^{\infty}$ называется ряд вида
- $\sum_{k=1}^{\infty} f_k\psi_k$, где $f_k = (f, \psi_k)$
- $\sum_{k=1}^{\infty} f_k\psi_k$, где $f_k = (f, \psi_k)^2$
- $\sum_{k=1}^{\infty} f_k\psi_k$, где $f_k = |(f, \psi_k)|$
- $\sum_{k=1}^{\infty} f_k\psi_k$, где $f_k = \sqrt{|(f, \psi_k)|}$

23. Для произвольного элемента f, любой ортонормированной системы $\{\psi_k\}_{k=1}^{\infty}$ данного евклидова пространства и любого номера n справедливо тождество Бесселя:
- $|| \sum_{k=1}^{n} f_k\psi_k - f|| = \left||f|\right|^2 - \sum_{k=1}^{n} f_k^2$
- $|| \sum_{k=1}^{n} f_k\psi_k - f||^2 = \left||f|\right|^2 + \sum_{k=1}^{n} f_k^2$
- $|| \sum_{k=1}^{n} f_k\psi_k - f||^2 = \left||f|\right|^2 - \sum_{k=1}^{n} f_k^2$
- $|| \sum_{k=1}^{n} f_k\psi_k - f|| = \left||f|\right|^2 + \sum_{k=1}^{n} f_k^2$

24. Тригонометрический ряд Фурье функции $f(x) = (3x+1)sinx$ на отрезке $[-3, 3]$
- содержит синусы и не содержит косинусов
- содержит косинусы и не содержит синусов
- содержит как синусы, так и косинусы

25. Тригонометрический ряд Фурье функции $f(x) = x^3$ на отрезке $[-1, 1]$ сходится к $f(x)$
- во всех точках отрезка $[-1, 1]$
- всюду на отрезке $[-1, 1]$ за исключением двух точек
- всюду на отрезке $[-1, 1]$ за исключением одной точки
- всюду на отрезке $[-1, 1]$ за исключением трёх точек

Тема 3.2. Интегралы Фурье

26. Если $f(x) \in L_1(-\infty, \infty)$, то для любой точки $y \in (-\infty, \infty)$ существует несобственный интеграл, называемый образом (или преобразованием) Фурье функции $f(x)$ и определяемый равенством

- $\hat{f}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2ixy} f(x)dx$
- $\hat{f}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ixy} |f(x)|dx$
- $\hat{f}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ixy} f(x)dx$
- $\hat{f}(y) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{2ixy} |f(x)|dx$

27. Пусть $f(x) \in L_1(-\infty, \infty)$. Тогда функция $\hat{f}(y)$, являющаяся образом Фурье функции $f(x)$, непрерывна по y в каждой точке бесконечной прямой и удовлетворяет условию

- $\lim\limits_{|y|\to\infty} |\hat{f}(y)| = 1/2$
- $\lim\limits_{|y|\to\infty} |\hat{f}(y)| = 1$
- $\lim\limits_{|y|\to\infty} |\hat{f}(y)| = +\infty$
- $\lim\limits_{|y|\to\infty} |\hat{f}(y)| = 0$

28. Обратным преобразованием Фурье функции $f(x)$ называется интеграл

- $\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}(e^{ixy}\hat{f}(y))dy$, понимаемый в смысле главного значения
- $\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}(e^{ixy}|\hat{f}(y)|)dy$, понимаемый в смысле главного значения
- $\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}(e^{-ixy}|\hat{f}(y)|)dy$, понимаемый в смысле главного значения
- $\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}(e^{-ixy}\hat{f}(y))dy$, понимаемый в смысле главного значения

29. Справедливы утверждения:

- ☐ образ Фурье чётной функции является чётной функцией
- ☐ образ Фурье чётной функции является нечётной функцией
- ☐ образ Фурье нечётной функции является нечётной функцией
- ☐ образ Фурье нечётной функции является чётной функцией

30. Преобразование Фурье функции $f(x) = \begin{cases} 1, & |x| \le 1 \\ 0, & |x| > 1 \end{cases}$ имеет вид

- $\hat{f}(y) = \begin{cases} \frac{sin^2 y}{y}, & y \ne 0 \\ 1, & y = 0 \end{cases}$
- $\hat{f}(y) = \begin{cases} \frac{cosy}{y}, & y \ne 0 \\ 1, & y = 0 \end{cases}$
- $\hat{f}(y) = \begin{cases} \frac{2siny}{y}, & y \ne 0 \\ 2, & y = 0 \end{cases}$
- $\hat{f}(y) = \begin{cases} \frac{2cosy}{y}, & y \ne 0 \\ 2, & y = 0 \end{cases}$

Модуль IV. Скалярные и векторные поля

Тема 4.1. Основные понятия теории поля

31. Пусть в области G задано векторное поле $\vec{a}(M)$. Кривые, в каждой точке M которых вектор $\vec{a}(M)$ направлен по касательной к кривой, называются …

32. Пусть $u(M)$ − скалярное поле в области G; $\vec{l}$ − фиксированный вектор; M − фиксированная точка в G; $M^/$ − произвольная точка в G, отличная от M и такая, что $\overrightarrow{MM^/}||\vec{l}$; $MM^/$ − величина направленного отрезка, идущего от M к $M^/$. Производной скалярного поля $u(M)$ в точке M по направлению вектора $\vec{l}$ называется число

- $\lim\limits_{M^/\to M}\frac{u(M)-u(M^/)}{MM^/}$
- $\lim\limits_{M^/\to M}\frac{u(M)-u(M^/)}{|MM^/|}$
- $\lim\limits_{M^/\to M}\frac{u(M^/)-u(M)}{MM^/}$
- $\lim\limits_{M^/\to M}\frac{u(M^/)-u(M)}{|MM^/|}$

33. Если в области G векторное поле $\vec{a}(M)$ можно представить как градиент некоторого скалярного поля $u(M)$, то есть $\vec{a} = grad\, u$, то поле $\vec{a}(M)$ называется …

34. Дивергенцией векторного поля $\vec{a} = P(x,y,z)\vec{\imath} + Q(x,y,z)\vec{\jmath} + R(x,y,z)\vec{k}$ называется скалярная функция

- $div\vec{a} = \frac{\partial R}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial z}$
- $div\vec{a} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$
- $div\vec{a} = \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$
- $div\vec{a} = \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial R}{\partial y} + \frac{\partial Q}{\partial z}$

35. Ротором (вихрем) векторного поля $\vec{a} = P(x,y,z)\vec{\imath} + Q(x,y,z)\vec{\jmath} + R(x,y,z)\vec{k}$ называется вектор-функция

- $rot\vec{a} = (Q_z - R_y)\vec{\imath} + (R_x - P_z)\vec{\jmath} + (P_y - Q_x)\vec{k}$
- $rot\vec{a} = (Q_z - R_y)\vec{\imath} + (P_z - R_x)\vec{\jmath} + (P_y - Q_x)\vec{k}$
- $rot\vec{a} = (R_y - Q_z)\vec{\imath} + (R_x - P_z)\vec{\jmath} + (Q_x - P_y)\vec{k}$
- $rot\vec{a} = (R_y - Q_z)\vec{\imath} + (P_z - R_x)\vec{\jmath} + (Q_x - P_y)\vec{k}$

Тема 4.2. Вычисление производной по направлению и градиента

36. Градиент скалярного поля $u = \frac{xy}{z}$ в точке $M(1;-1;2)$ равен

- {-1/2;1/2;-1/4}
- {1/2;-1/2;-1/4}
- {1/2;-1/2;1/4}
- {-1/2;1/2;1/4}

37. Производная скалярного поля $u = \cos(2yz)$ в точке $M(0;1;4)$ по направлению вектора $\vec{l} = \{-1;4;8\}$ равна

- $\frac{48sin8}{9}$

- $-\frac{48sin8}{9}$
- $\frac{9sin8}{48}$
- $-\frac{9sin8}{48}$

38. Модуль градиента скалярного поля $u = \frac{x-y^2}{2}$ в точке $M(2;4)$ равен
- $\sqrt{65}/2$
- $\sqrt{65}/4$
- $\sqrt{63}/2$
- $\sqrt{63}/4$

39. Градиент скалярного поля $u = x^2 + y^2 - 2xy$ равен нулю в точках
- ☐ (1;-1)
- ☐ (-1;-1)
- ☐ (2;2)
- ☐ (-2;2)

40. Градиент скалярного поля $u = x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$ перпендикулярен оси Oz в точках
- ☐ (-1;1;1)
- ☐ (1;-1;1)
- ☐ (1;1;1)
- ☐ (-1;-1;1)

Тема 4.3. Вычисление дивергенции

41. Дивергенция векторного поля $\vec{a} = (x^2 + y^2)(y - z)\vec{i} + (y^2 + z^2)(z - x)\vec{j} + (z^2 + x^2)(x - y)\vec{k}$ равна
- 0
- $2(x + y + z)$
- 2
- $x + y + z$

42. Дивергенция векторного поля $\vec{a} = f_1(y,z)\vec{i} + f_2(x,z)\vec{j} + f_3(x,y)\vec{k}$ равна
- $(f_1)_y^/$
- 0
- $(f_2)_x^/$
- $(f_1)_z^/ + (f_2)_x^/ + (f_3)_y^/$

43. Дивергенция векторного поля $\vec{a} = \frac{\mathrm{x}}{\mathrm{z}^2}\vec{i} + \frac{y}{z}\vec{j}$ в точке $(1;2;1)$ равна
- 2
- -2
- 1
- -1

44. Дивергенция векторного поля $\vec{a} = \mathrm{e}^{x+y+z}\vec{\imath} - z^3\vec{k}$ в точке $(0;2;4)$ равна
- $e^6 + 48$
- $e^6 - 48$
- $e^6 + 84$
- $e^6 - 84$

45. Дивергенция векторного поля $\vec{a} = (\cos x)\vec{\imath} + (\sin y)\vec{\jmath} + (\cos z)\vec{k}$ в точке $(\pi;0;\pi)$ равна
- 0
- -1
- 1
- 2

Тема 4.4. Вычисление ротора

46. Ротор векторного поля $\vec{a} = yz\vec{\imath} + z(x+2y)\vec{\jmath} + y(x+y)\vec{k}$ равен
- $\vec{0}$
- $2y\vec{\mathrm{i}}$
- $y\vec{\mathrm{j}}$
- $(x+y)\vec{\mathrm{k}}$

47. Ротор векторного поля $\vec{a} = \frac{y}{x^2}\vec{\jmath} - \frac{1}{x}\vec{k}$ равен
- $-\frac{1}{x^2}\vec{\jmath} + \frac{2y}{x^3}\vec{k}$
- $-\frac{1}{x^2}\vec{\jmath} - \frac{2y}{x^3}\vec{k}$
- $\frac{1}{x^2}\vec{\jmath} - \frac{2y}{x^3}\vec{k}$
- $\frac{1}{x^2}\vec{\jmath} + \frac{2y}{x^3}\vec{k}$

48. Ротор векторного поля $\vec{a} = \frac{y}{x^2}\vec{\imath} - \frac{1}{x}\vec{\jmath}$ равен
- $-y\vec{\imath}$
- $x\vec{\jmath}$
- $\vec{0}$
- $\vec{k}$

49. Ротор векторного поля $\vec{a} = yz\vec{\imath} + z(x+2y)\vec{\jmath} + y(x+y)\vec{k}$ в точке $(2;1;0)$ равен
- $2\vec{\imath}$
- $\vec{0}$
- $-3\vec{\jmath}$
- $\vec{\imath} + 2\vec{k}$

50. Ротор векторного поля $\vec{a} = \frac{y}{x^2}\vec{\jmath} - \frac{1}{x}\vec{k}$ в точке $(3;1;8)$ равен
- $-\frac{1}{9}\vec{\jmath} - \frac{2}{27}\vec{k}$
- $\frac{1}{9}\vec{\jmath} - \frac{2}{27}\vec{k}$
- $\frac{1}{9}\vec{\jmath} + \frac{2}{27}\vec{k}$

- $-\frac{1}{9}\vec{j}+\frac{2}{27}\vec{k}$

7.2.6. Задания для оценки сформированности компетенций

(наименование оценочного средства)

ПК-7 Способен понимать и применять современный математический аппарат в решении задач профессиональной деятельности

(код и наименование компетенции)

ОМ закрытого типа

Задание 1

Выберите один правильный вариант ответа.

Под интегральной суммой функции $f(x,y)$, соответствующей данному разбиению области G на части G_i $(i=1,2,\dots,n)$ с площадями Δs_i и данному выбору промежуточных точек M_i, мы понимаем сумму

а) $S(G_i,M_i)=\sum_{i=1}^{n}|f(M_i)|\Delta s_i$

б) $S(G_i,M_i)=\sum_{i=1}^{n}f^2(M_i)\Delta s_i$

в) $S(G_i,M_i)=\sum_{i=1}^{n}f(M_i)\Delta s_i$

г) $S(G_i,M_i)=\sum_{i=1}^{n}f(M_i)(\Delta s_i)^2$

Правильный ответ: в.

Задание 2

Выберите один правильный вариант ответа.

Под диаметром разбиения области G на части G_i $(i=1,2,\dots,n)$ мы понимаем

а) $d=\max\limits_{1\le i\le n} d_i$, где $d_i=\sup\limits_{P,Q\in G_i}\rho(P,Q)$, $\rho(P,Q)-$ расстояние между точками P и Q

б) $d=\max\limits_{1\le i\le n} d_i$, где $d_i=\inf\limits_{P,Q\in G_i}\rho(P,Q)$, $\rho(P,Q)-$ расстояние между точками P и Q

в) $d=\min\limits_{1\le i\le n} d_i$, где $d_i=\sup\limits_{P,Q\in G_i}\rho(P,Q)$, $\rho(P,Q)-$ расстояние между точками P и Q

г) $d=\min\limits_{1\le i\le n} d_i$, где $d_i=\inf\limits_{P,Q\in G_i}\rho(P,Q)$, $\rho(P,Q)-$ расстояние между точками P и Q

Правильный ответ: а.

Задание 3

Выберите один правильный вариант ответа.

Замена переменных в двойном интеграле состоит в переходе от переменных x и y к новым переменным u и v с помощью отображения $\begin{cases}x=\varphi(u,v),\\ y=\psi(u,v).\end{cases}$ Якобиан I данного отображения вычисляется по формуле

а) $\mathrm{I}=\begin{vmatrix}\varphi_{uu} & \varphi_{vv}\\ \psi_{uu} & \psi_{vv}\end{vmatrix}$

б) $\mathrm{I}=\begin{vmatrix}\varphi_{u} & \varphi_{v}\\ \psi_{u} & \psi_{v}\end{vmatrix}$

в) $\mathrm{I}=\begin{vmatrix}\psi_{uu} & \psi_{vv}\\ \varphi_{uu} & \varphi_{vv}\end{vmatrix}$

г) $\mathrm{I}=\begin{vmatrix}\psi_{u} & \psi_{v}\\ \varphi_{u} & \varphi_{v}\end{vmatrix}$

Правильный ответ: б.

Задание 4

Выберите один правильный вариант ответа.

Вычисление интеграла $\iint_G f(x,y)dxdy$, где $G-$ область, ограниченная параболой $y = 1-x^2$ и осью абсцисс, сводится к вычислению

а) двух повторных интегралов независимо от того, по какой переменной производится внешнее интегрирование

б) двух повторных интегралов, если внешнее интегрирование производится по x, и одного повторного интеграла, если внешнее интегрирование производится по y

в) одного повторного интеграла независимо от того, по какой переменной производится внешнее интегрирование

г) двух повторных интегралов, если внешнее интегрирование производится по y, и одного повторного интеграла, если внешнее интегрирование производится по x

Правильный ответ: в.

Задание 5

Выберите один правильный вариант ответа.

Если в интеграле $\iint_G f(x,y)dxdy$, где $G-$ круг, ограниченный окружностью $x^2+y^2 = 2x$, перейти к полярным координатам (ρ,φ), то области G будет соответствовать область g, задаваемая неравенствами

а) $-\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2},\ 0 \le \rho \le cos\varphi$

б) $-\frac{\pi}{2} \le \varphi \le \frac{\pi}{2},\ 0 \le \rho \le 2cos\varphi$

в) $0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2},\ 0 \le \rho \le cos\varphi$

г) $0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2},\ 0 \le \rho \le 2cos\varphi$

Правильный ответ: б.

Задание 6

Выберите один правильный вариант ответа.

Если $G-$ область, ограниченная кривыми $y = 3x^2$ и $y = 6-3x$, то справедливо равенство

а) $\iint_G f(x,y)dxdy = \int_{-2}^{1} dx \int_{3x^2}^{6-3x} f(x,y)dy$

б) $\iint_G f(x,y)dxdy = \int_{-1}^{2} dx \int_{3x^2}^{6-3x} f(x,y)dy$

в) $\iint_G f(x,y)dxdy = \int_{-2}^{1} dx \int_{6-3x}^{3x^2} f(x,y)dy$

г) $\iint_G f(x,y)dxdy = \int_{-1}^{2} dx \int_{6-3x}^{3x^2} f(x,y)dy$

Правильный ответ: а.

Задание 7

Выберите один правильный вариант ответа.

Масса однородной пластинки, имеющей плотность ρ_0 и ограниченной линиями $x + y = 4,\ y = \frac{x^2}{2}, x = 0\ \ (x \ge 0)$, равна

а) $14\rho_0/3$

б) $10\rho_0/3$

в) $11\rho_0/3$

г) $17\rho_0/3$

Правильный ответ: а.

Задание 8

Выберите один правильный вариант ответа.

Объём тела, ограниченного поверхностями $x = 0,\ y = 0,\ z = 0,\ x + y + z = 1,$ равен

а) 1/3
б) 1/4
в) 1/8
г) 1/6
Правильный ответ: г.

Задание 9
Выберите один правильный вариант ответа.
Площадь области, ограниченной линиями $y^2 = x + 1,\ x + y = 1$, равна
а) 5,5
б) 3,5
в) 4,5
г) 6,5
Правильный ответ: в.

Задание 10
Выберите один правильный вариант ответа.
Переход от прямоугольных координат (x, y, z) к цилиндрическим координатам (ρ, φ, z) осуществляется с помощью формул
а) $x = \rho^2 cos^2\varphi,\ y = \rho^2 sin^2\varphi,\ z = z,\ 0 \le \rho < \infty,\ 0 \le \varphi < 2\pi, -\infty < z < +\infty$
б) $x = \rho cos^2\varphi,\ y = \rho sin^2\varphi,\ z = z,\ 0 \le \rho < \infty,\ 0 \le \varphi < 2\pi, -\infty < z < +\infty$
в) $x = \rho^2 cos\varphi,\ y = \rho^2 sin\varphi,\ z = z,\ 0 \le \rho < \infty,\ 0 \le \varphi < 2\pi, -\infty < z < +\infty$
г) $x = \rho \cos\varphi,\ y = \rho\sin\varphi,\ z = z,\ 0 \le \rho < \infty,\ 0 \le \varphi < 2\pi, -\infty < z < +\infty$
Правильный ответ: г.

ОМ открытого типа

Задание 11
Чему равен якобиан перехода от прямоугольных координат (x, y, z) к цилиндрическим координатам (ρ, φ, z)?
Правильный ответ: ρ.

Задание 12
Запишите формулы перехода от прямоугольных координат (x, y, z) к сферическим координатам (r, θ, φ).
Правильный ответ: $x = r\sin\theta\cos\varphi,\ y = \mathrm{r}\sin\theta\sin\varphi,\ z = \mathrm{r}\cos\theta,\ 0 \le r < +\infty, 0 \le \theta \le \pi, 0 \le \varphi < 2\pi$.

Задание 13
Запишите значение интеграла $\iiint_T (x + y + z)dxdydz$, где $T -$ область, ограниченная поверхностями $x + y + z = 1,\ x = 0,\ y = 0,\ z = 0$.
Правильный ответ: 1/8.

Задание 14
Запишите значение интеграла $\iiint_T \rho sin\theta d\rho d\varphi d\theta$, где $T -$ область, ограниченная поверхностями $\varphi = 0,\ \varphi = \pi/2,\ \rho = 0,\ \rho = 2,\ \theta = 0,\ \theta = \pi/2$.
Правильный ответ: π.

Задание 15
Запишите значение интеграла $\iiint_T (3x + 7)dxdydz$, где $T -$ область, ограниченная поверхностями $x = 3,\ x = 4,\ y = 0,\ y = 3,\ z = 1,\ z = 2$.

Правильный ответ: 52,5.

Задание 16

Запишите значение интеграла $\iiint_T \sqrt{x^2+y^2}dxdydz,$ где $T-$ область, ограниченная поверхностями $x^2+y^2=z^2, z=0,\ z=1.$

Правильный ответ: $\pi/6$.

Задание 17

Запишите значение интеграла $\iiint_T xyzdxdydz,$ где $T-$ область, ограниченная поверхностями $x=0,\ y=0,\ z=0,\ x^2+y^2+z^2=1\ (x\geq 0,\ y\geq 0,\ z\geq 0).$

Правильный ответ: 1/48.

Задание 18

Запишите значение интеграла $\iiint_T (x^2+y^2)dxdydz,$ где $T-$ область, ограниченная поверхностями $z=x^2+y^2,\ z=1.$

Правильный ответ: $\pi/6$.

Задание 19

Запишите значение объёма тела, ограниченного поверхностями $z=0,\ z+1=x^2+y^2.$

Правильный ответ: $\frac{\pi}{2}$.

Задание 20

Запишите значение массы материальной кривой, заданной уравнением $y=lnx,\ 1\leq x\leq e,$ с плотностью $\rho(x,y)=x^2.$

Правильный ответ: $\frac{1}{3}\left((1+e^2)^{3/2}-2\sqrt{2}\right).$

Задание 21

Запишите значение интеграла $\int_L y^2\,dl,$ где $L-$ арка циклоиды $x=t-sint,\ y=1-cost,\ 0\leq t\leq 2\pi.$

Правильный ответ: 256/15.

Задание 22

Запишите значение массы материальной кривой L, заданной уравнениями $x=e^{-t}cost,$ $y=e^{-t}sint,\ z=e^{-t},\ 0\leq t\leq ln3,$ и имеющей постоянную плотность ρ_0.

Правильный ответ: $2\rho_0/\sqrt{3}$.

Задание 23

Запишите значение интеграла $\int_L x\,dl$ по параболе $x^2=y$ от точки (2; 4) до точки (1; 1).

Правильный ответ: $\frac{1}{12}\left(17\sqrt{17}-5\sqrt{5}\right).$

Задание 24

Запишите значение массы материальной кривой $x=3t,\ y=3t^2,\ z=2t^3,\ 0\leq t\leq 1,$ имеющей постоянную плотность ρ_0.

Правильный ответ: $5\rho_0$.

Задание 25

Запишите формулу для вычисления работы силы $\vec{F}(x,y)=P(x,y)\vec{\imath}+Q(x,y)\vec{\jmath}$ при перемещении материальной точки массы 1 из точки A в точку B вдоль кривой AB.

Правильный ответ: $\int_{AB} P(x,y)dx + Q(x,y)dy$.

Задание 26

Запишите значение интеграла $\int_{AB}(x+y)dx$ по параболе $y = x^2/2$ от точки (0; 0) до точки (2; 2).

Правильный ответ: 10/3.

Задание 27

Запишите значение интеграла $\int_L (x^2 + y^{2)}dx + xydy$ по кривой $y = e^x$ от точки $(0; 1)$ до точки (1; e).

Правильный ответ: $\frac{3}{4}e^2 + \frac{1}{12}$.

Задание 28

Запишите значение интеграла $\int_L (y^2 - z^2)dx + 2yzdy - x^2dz$ по кривой $x = t,\ y = t^2$, $z = t^3,\ 0 \le t \le 1$, в направлении возрастания параметра.

Правильный ответ: 1/35.

Задание 29

Запишите значение интеграла $\int_{AB}(4x^2 - 3)dy$ по кривой $y = x^3$ от точки (0; 0) до точки (2; 8).

Правильный ответ: 264/5.

Задание 30

Запишите значение интеграла $\int_L (x+y)dx + (x-y)dy$ по эллипсу $x = acost,\ y = bsint,\ 0 \le t \le 2\pi\ \ (a, b > 0)$, пробегаемому в положительном направлении.

Правильный ответ: 0.

Задание 31

Запишите значение интеграла $\int_L ydx + zdy + xdz$ по кривой $x = cost,\ \ y = sint,\ z = t,\ 0 \le t \le 2\pi$, в направлении возрастания параметра.

Правильный ответ: $-\pi$.

Задание 32

Запишите значение работы силы $\vec{F} = \{z, -x, y\}$ при перемещении материальной точки массы 1 вдоль кривой $x = acost,\ y = bsint,\ z = ct,\ 0 \le t \le 2\pi\ \ (a, b, c > 0)$, от точки $A(a, 0, 0)$ до точки $B(a, 0, 2\pi c)$.

Правильный ответ: $\pi a(2c - b)$.

Задание 33

Зависит ли от пути интегрирования интеграл $\int_{AB} ydx + xdy$?

Правильный ответ: не зависит.

Задание 34

Зависит ли от пути интегрирования интеграл $\int_{AB} xdx - y^2xdy$?

Правильный ответ: зависит.

Задание 35

Запишите ряд Фурье элемента f по ортонормированной системе $\{\psi_k\}_{k=1}^{\infty}$.

Правильный ответ: $\sum_{k=1}^{\infty} f_k\psi_k$, где $f_k = (f, \psi_k)$.

Задание 36

Запишите неравенство Бесселя, справедливое для любого элемента f и любой ортонормированной системы $\{\psi_k\}_{k=1}^{\infty}$ данного евклидова пространства.

Правильный ответ: $\sum_{k=1}^{\infty}(f,\psi_k)^2 \le ||f||^2$.

Задание 37

Запишите предельное значение тригонометрических коэффициентов Фурье a_k и b_k любой кусочно-непрерывной на отрезке $[-\pi,\pi]$ функции $f(x)$ при $k \to \infty$.

Правильный ответ: 0.

Задание 38

Верно ли, что тригонометрический ряд Фурье любой кусочно-непрерывной на отрезке $[-\pi,\pi]$ функции $f(x)$ можно почленно интегрировать на этом отрезке?

Правильный ответ: верно.

Задание 39

Верно ли, что если функция $f(x)$ непрерывна на отрезке $[-\pi,\pi]$ и $f(-\pi) = f(\pi)$, то тригонометрический ряд Фурье функции $f(x)$ сходится к $f(x)$ в каждой точке отрезка $[-\pi,\pi]$?

Правильный ответ: неверно.

Задание 40

Укажите, в скольких точках отрезка $[-1,1]$ различаются значения суммы тригонометрического ряда Фурье функции $f(x) = x^3$ и самой функции $f(x)$.

Правильный ответ: в двух точках.

Задание 41

Верно ли, что тригонометрический ряд Фурье функции $f(x) = 3x^2$ на отрезке $[-2,2]$ сходится к $f(x)$ во всех точках указанного отрезка?

Правильный ответ: верно.

Задание 42

Укажите, в скольких точках отрезка $[-2,2]$ различаются значения суммы тригонометрического ряда Фурье функции $f(x) = \begin{cases} 2, & x \ge 0 \\ -1, & x < 0 \end{cases}$ и самой функции $f(x)$.

Правильный ответ: в трех точках.

Задание 43

Укажите значение суммы тригонометрического ряда Фурье функции $f(x) = 7sinx, -2\pi \le x \le 2\pi$, в точке $x = -\pi$.

Правильный ответ: 0.

Задание 44

Укажите значение суммы тригонометрического ряда Фурье функции $f(x) = \begin{cases} x^4/2, x \in [-3,0] \\ x+2, x \in (0,3] \end{cases}$ в точке $x = 0$.

Правильный ответ: 1.

Задание 45

Укажите значение суммы тригонометрического ряда Фурье функции $f(x) = \begin{cases} 3, x \in [-2,0) \\ 0, x \in [0,2] \end{cases}$ в точке $x = -2$.

Правильный ответ: 1,5.

Задание 46

Запишите формулу для дивергенции векторного поля $\vec{a} = P(x,y,z)\vec{\imath} + Q(x,y,z)\vec{\jmath} + R(x,y,z)\vec{k}$.

Правильный ответ: $div\vec{a} = \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z}$.

Задание 47

Запишите формулу для ротора векторного поля $\vec{a} = P(x,y,z)\vec{\imath} + Q(x,y,z)\vec{\jmath} + R(x,y,z)\vec{k}$.

Правильный ответ: $rot\vec{a} = \left(R_y - Q_z\right)\vec{\imath} + (P_z - R_x)\vec{\jmath} + (Q_x - P_y)\vec{k}$.

Задание 48

Запишите значение производной скалярного поля $u = 3xy^2z^3$ в точке $M(0;1;2)$ по направлению вектора $\vec{l} = \{2;4;0\}$.

Правильный ответ: $24/\sqrt{5}$.

Задание 49

Запишите градиент скалярного поля $u = \frac{xy}{z}$ в точке $M(1;-1;2)$.

Правильный ответ: {-1/2;1/2;1/4}.

Задание 50

Запишите значение дивергенции векторного поля $\vec{a} = 7(\mathrm{x} + z^3)\vec{\imath} + 8\mathrm{z}y^3\vec{\jmath}$ в точке $(-9;0;1)$.

Правильный ответ: 7.

7.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

Семестр 3

№ п/п	Вопросы к экзамену
1	Определение двойного интеграла. Классы интегрируемых функций.
2	Свойства двойных интегралов.
3	Вычисление двойных интегралов с помощью повторного интегрирования.
4	Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление двойного интеграла с помощью полярных координат.
5	Геометрические приложения двойных интегралов. Применение математического аппарата для решения физических задач (физические приложения двойных интегралов).
6	Определение тройного интеграла. Классы интегрируемых функций.
7	Свойства тройных интегралов.
8	Вычисление тройных интегралов с помощью повторного интегрирования.
9	Замена переменных в тройном интеграле.
10	Вычисление тройных интегралов с помощью цилиндрических координат. Вычисление тройных интегралов с помощью сферических координат.
11	Вычисление объёмов с помощью тройных интегралов. Применение математического аппарата для решение физических задач (физические приложения тройных интегралов).
12	Определение криволинейного интеграла первого рода для случая плоской кривой. Определение криволинейного интеграла первого рода для случая пространственной кривой.
13	Вычисление криволинейного интеграла первого рода с помощью определённого интеграла.
14	Определение криволинейного интеграла второго рода для случая плоской кривой. Определение криволинейного интеграла второго рода для случая пространственной кривой.
15	Вычисление криволинейного интеграла второго рода с помощью определённого интеграла.
16	Свойства криволинейных интегралов первого рода.
17	Свойства криволинейных интегралов второго рода.
18	Применение математического аппарата для решения физических задач (физические приложения криволинейных интегралов).
19	Формула Грина. Выражение площади фигуры через криволинейные интегралы по её границе.
20	Условия независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования.
21	Понятие скалярного поля. Линии и поверхности уровня скалярного поля.
22	Определение векторного поля. Понятие векторной линии.
23	Производная по направлению скалярного поля.
24	Производная по направлению векторного поля.
25	Градиент скалярного поля.
26	Потенциальное поле.

№ п/п	Вопросы к экзамену
27	Дивергенция векторного поля. Ротор векторного поля.
28	Соленоидальное поле.
29	Оператор Гамильтона. Правила вычислений с оператором Гамильтона.
30	Нестационарные скалярные поля.
31	Нестационарные векторные поля.
32	Повторные дифференциальные операции в скалярных и векторных полях.
33	Разложение векторного поля на сумму потенциального и соленоидального полей.
34	Понятие евклидова пространства.
35	Неравенство Коши-Буняковского.
36	Понятие ортонормированной системы в евклидовом пространстве.
37	Примеры ортонормированных систем в евклидовых пространствах.
38	Ряд Фурье элемента евклидова пространства.
39	Тождество Бесселя.
40	Неравенство Бесселя.
41	Тригонометрические ряды Фурье для функций, заданных на отрезке [-п, п]. Неравенство Бесселя.
42	Замкнутые ортонормированные системы в евклидовом пространстве.
43	Равенство Парсеваля.
44	Теорема о ряде Фурье элемента по замкнутой ортонормированной системе.
45	Полные ортонормированные системы в евклидовом пространстве.
46	Связь понятий замкнутости и полноты ортонормированной системы.
47	Теорема о рядах Фурье двух элементов по полной ортонормированной системе.
48	Доказательство замкнутости тригонометрической системы в пространстве кусочно-непрерывных на отрезке [-п, п] функций.
49	Следствия замкнутости тригонометрической системы.
50	Простейшие условия равномерной сходимости тригонометрического ряда Фурье.
51	Простейшие условия почленного дифференцирования тригонометрического ряда Фурье.
52	Теорема Дирихле о сходимости тригонометрического ряда Фурье.
53	Тригонометрический ряд Фурье для функций, заданных на отрезке [-l, l].
54	Вид тригонометрического ряда Фурье для чётных функций.
55	Вид тригонометрического ряда Фурье для нечётных функций.
56	Понятие образа Фурье.
57	Простейшие свойства образа Фурье.
58	Условия разложимости функции в интеграл Фурье.
59	Прямое и обратное преобразования Фурье.
60	Косинус- и синус-преобразования Фурье.
61	Вычислить $\iint_D (12x^2y^2 + 16x^3y^3)dxdy$, где область D ограничена линиями $x=1$, $y=x^2, y=-\sqrt{x}$.
62	Вычислить $\int_L \left(x^{4/3} + y^{4/3}\right) dl$, где $L -$ астроида $x = acos^3t,\ y = asin^3t,\ 0 \le t \le 2\pi.$
63	Вычислить работу силы $\vec{F} = \{y, -x\}$ при перемещении материальной точки массы 1 вдоль дуги окружности $x = cost,\ \ y = sint,\ -\pi/4 \le t \le \pi/4$, пробегаемой по ходу часовой стрелки.
64	Вычислить массу материальной кривой, заданной уравнением $y = lnx,\ 1 \le x \le e$, с плотностью $\rho(x, y) = x^2$.

№ п/п	Вопросы к экзамену
65	Вычислить $\int_{AB}(x^2+y^2)dx+(x^2-y^2)dy$ по кривой $y=1-\lvert 1-x\rvert$ от точки (0; 0) до точки (2; 0).
66	Вычислить работу силы $\vec{F}=\{z,-x,y\}$ при перемещении материальной точки массы 1 вдоль кривой $x=acost,\ \ y=bsint,\ z=ct,\ \ 0\le t\le 2\pi\ \ (a,b,c>0)$, от точки A(a, 0, 0) до точки B(a, 0, $2\pi c$).
67	Вычислить $\int_L\ y^2\,dl$, где $L-$ арка циклоиды $x=t-sint,\ y=1-cost,\ 0\le t\le 2\pi$.
68	Вычислить $\int_L\ z\,dl$, где $L-$ коническая винтовая линия $x=\mathrm{t}cost,\ y=tsint,\ \mathrm{z}=\mathrm{t},$ $0\le t\le 1$.
69	Вычислить $\int_{AB}ydx+xdy$ по ломаной ACB, проходящей через точки A(0; 0), C(2; 0), B(4; 2).
70	Вычислить массу материальной кривой L, заданной уравнениями $x=e^{-t}cost,\ y=e^{-t}sint,\ z=e^{-t},\ 0\le t\le ln3$, и имеющей постоянную плотность ρ_0.
71	Вычислить производную скалярного поля $u=x^2+y^2$ в точке $M(1;1)$ по направлению вектора $\vec{l}=\{-1;1\}$.
72	Вычислить градиент скалярного поля $u=(x-1)(y-2)(z-3)$ в точке $M(2;3;4)$.
73	Вычислить дивергенцию векторного поля $\vec{a}=(y^2+z^2)(x+y)\vec{\imath}+(z^2+x^2)(y+z)\vec{\jmath}+(x^2+y^2)(z+x)\vec{k}$.
74	Вычислить ротор векторного поля $\vec{a}=\mathrm{yz}\vec{\imath}+zx\vec{\jmath}+xy\vec{k}$.
75	Доказать равенство $gradf(u,v)=\frac{\partial f}{\partial u}gradu+\frac{\partial f}{\partial v}gradv$.
76	Вычислить производную скалярного поля $u=e^{x-y}$ в точке $M(2;3)$ по направлению вектора $\vec{l}=\{1;0\}$.
77	Вычислить градиент скалярного поля $u=\sin(xy)$ в точке $M(-2;1)$.
78	Вычислить дивергенцию векторного поля $\vec{a}=f_1(y,z)\vec{\imath}+f_2(x,z)\vec{\jmath}+f_3(x,y)\vec{k}$.
79	Вычислить ротор векторного поля $\vec{a}=\mathrm{yz}\vec{\imath}+z(x+2y)\vec{\jmath}+y(x+y)\vec{k}$.
80	Доказать равенство $div(u\vec{c})=(\vec{c},gradu)$, где $\vec{c}-$ постоянный вектор.
81	Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x)=x^2$ на отрезке $[-1,1]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?
82	Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x)=\begin{cases}-1, & x<0\\ 0, & x=0\\ 1, & x>0\end{cases}$ на отрезке $[-1,1]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?
83	Вычислить сумму тригонометрического ряда Фурье функции $f(x)=5x^2,-2\le x\le 2$, в точке $x=1$.
84	Найти прямое и обратное преобразования Фурье для функции $f(x)=\begin{cases}x, & \lvert x\rvert\le 1\\ 0, & \lvert x\rvert>1\end{cases}$.
85	Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x)=xcos(2x)$ на отрезке $[-\pi,\pi]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?
86	Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x)=\begin{cases}1, & x\ge 0\\ 0, & x<0\end{cases}$ на отрезке $[-2,2]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?
87	Вычислить сумму тригонометрического ряда Фурье функции $f(x)=\begin{cases}3x, & x\in(0,3]\\ 0, & x\in[-3,0]\end{cases}$ в точке $x=0$.

№ п/п	Вопросы к экзамену
88	Найти прямое и обратное преобразования Фурье для функции $f(x) = \begin{cases} 2, & x \in [0,1] \\ 0, & x < 0 \text{ или } x > 1 \end{cases}$.
89	Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = x^3$ на отрезке $[-1, 1]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?
90	Записать тригонометрический ряд Фурье для функции $f(x) = \|x\|$ на отрезке $[-1, 1]$. В каких точках отрезка он сходится к данной функции?

7.3.2. Критерии и нормы оценки

Семестр	Форма проведения промежуточной аттестации	Критерии и нормы оценки	
3	Экзамен (по накопительному рейтингу)	«отлично»	Оценка «отлично» ставится при наборе от 85 до 100 итоговых баллов.
		«хорошо»	Оценка «хорошо» ставится при наборе от 70 до 84 итоговых баллов.
		«удовлетворительно»	Оценка «удовлетворительно» ставится при наборе от 55 до 69 итоговых баллов.
		«неудовлетворительно»	Оценка «неудовлетворительно» ставится при наборе менее 55 итоговых баллов.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	В.С. Шипачев	Математический анализ	Учебное пособие	2015	ЭБС "ZNANIUM.COM"
2	Б.Д. Будаев, М.Я. Якубсон	Математический анализ	Учебник	2017	ЭБС «Лань»
3	Г.М. Фихтенгольц	Основы математического анализа. В 2 ч. Ч.1	Учебник	2019	ЭБС «Лань»
4	Г.М. Фихтенгольц	Основы математического анализа. В 2 ч. Ч.1	Учебник	2015	ЭБС «Лань»

8.2. Дополнительная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
5	Г.И. Запорожец	Руководство к решению задач по математическому анализу	Учебное пособие	2014	ЭБС «Лань»
6	А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович	Краткий курс математического анализа	Учебное пособие	2010	ЭБС «Лань»
7	Б.А. Горлач	Математический анализ	Учебное пособие	2013	ЭБС «Лань»

8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

ЭБС «Лань»;
ЭБС "ZNANIUM.COM"

8.4. Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование ПО	Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)
1	Windows	Бессрочно
2	Office Standart	Бессрочно

8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-305).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая)
2	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-411).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, доска аудиторная (меловая)
3	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-310).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая)

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
4	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-413).	Столы ученические двухместные (моноблок), стол преподавательский, стул, доска аудиторная (меловая)
5	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (УЛК-418).	Столы ученические двухместные (моноблок), доска аудиторная 3-х секционная (меловая), стол преподавательский, стулья, проектор Acer
6	Компьютерный класс. Помещение для самостоятельной работы. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций. Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации (Г-401).	Столы ученические, стулья ученические, ПК с выходом в сеть Интернет