МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тольяттинский государственный университет»

Б1.О.09
(индекс дисциплины)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

(наименование дисциплины)

по направлению подготовки
09.03.03 Прикладная информатика

направленность (профиль)
Разработка программного обеспечения

Форма обучения: заочная

Год набора: 2019

Общая трудоемкость: 5 ЗЕ

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр	**1**	**Итого**
Форма контроля / **Вид занятий**	**Экзамен**	
Лекции	4	4
Лабораторные		
Практические	6	6
Руководство: курсовые работы (проекты) / РГР		
Промежуточная аттестация	0,35	0,35
Контактная работа	10, 35	10, 35
Самостоятельная работа	161	161
Контроль	8, 65	8, 65
Итого	180	180

Рабочую программу составил(и):

Доцент, доцент, к.п.н. Демченкова Н.А.

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рецензирование рабочей программы дисциплины:

☒ Отсутствует

☐ Рецензент

(должность, ученое звание, степень, Фамилия И.О.)

Рабочая программа дисциплины составлена на основании ФГОС ВО и учебного плана направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика

Срок действия рабочей программы дисциплины до « 12 » февраля 2024 г.

СОГЛАСОВАНО

Заведующий кафедрой «Прикладная математика и информатика»

«___» _____________ 20___ г. _________________ __О.М. Гущина__________

(подпись) *(И.О. Фамилия)*

УТВЕРЖДЕНА

На заседании кафедры «Высшая математика и математическое образование»

(протокол заседания № __2_ от «_12__» __09___________ 2018___ г.).

1. Цель освоения дисциплины

Цель освоения дисциплины – формирование готовности будущих бакалавров к проектной и производственно-технологической деятельности в предметной области "Разработка программного обеспечения".

2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплины и практики, на освоении которых базируется данная дисциплина: Школьный курс математики.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее: Дискретная математика, Дифференциальные уравнения, Математическое и компьютерное моделирование.

3. Планируемые результаты обучения

Формируемые и контролируемые компетенции (код и наименование)	**Индикаторы достижения компетенций** (код и наименование)	**Планируемые результаты обучения**
Способность применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности (ОПК – 1)	ИОПК-1.1. Демонстрирует знания основ математики, физики, вычислительной техники и программирования	Знать: основы математики при решении задач курса линейной алгебры и аналитической геометрии
		Уметь: применять основы математики при решении различных задач данного курса
		Владеть: знаниями основ математики при решении задач, связанных с основными понятиями и методами курса; базовыми знаниями в области линейной алгебры и аналитической геометрии
	ИОПК-1.2. Оценивает теоретические и экспериментальные исследования объектов профессиональной деятельности	Знать: теоретические и экспериментальные исследования объектов профессиональной деятельности
		Уметь: применять теоретические и экспериментальные исследования при решении задач данного курса
		Владеть: современными теоретическими и экспериментальными исследованиями при решении профессиональных задач
	ИОПК-1.3. Демонстрирует умение применять методы математического анализа и моделирования	Знать: основные методы линейной алгебры и аналитической геометрии
		Уметь: использовать методы линейной алгебры и аналитической геометрии в профессиональной деятельности
		Владеть: методами математического моделирования при решении задач линейной алгебры и аналитической геометрии

4. Структура и содержание дисциплины

Модуль (раздел)	Вид учебной работы	Наименование тем занятий (учебной работы)	Семестр	Объем, ч.	Баллы	Интерактив, ч.	Формы текущего контроля (наименование оценочного средства)
Раздел 1	Лек, Пр	Системы линейных уравнений.	1	3	25	–	Практ. задание №1
Раздел 2	Лек, Пр	Векторы в пространстве	1	2	25	–	Практ. задание №2
Раздел 3	Лек, Пр	Уравнение плоскости	1	3	25	–	Практ. задание №3
Раздел 4	Лек, Пр	Уравнение прямой в пространстве	1	2	25	–	Практ. задание №4
			Итого:	**10**	**100**		

5. Образовательные технологии. При реализации программы используются

При реализации программы данной дисциплины используются дистанционные образовательные технологии.

Самостоятельная работа студентов предусматривает изучение рекомендуемой литературы и выполнение проверяемых заданий.

6. Методические указания по освоению дисциплины

Материал для практических занятий может быть представлен в виде задач, заданий и вариантов их решения. В материалы для практических занятий должны быть включены алгоритмы проведения расчетов, методические рекомендации по их выполнению, пример оформления решения и порядок защиты ответа (решения) у преподавателя (например, по электронной почте в рамках теоретического обучения по мере выполнения).

Самостоятельная работа организуется в соответствии с РПД.

7. Оценочные средства

7.1. Паспорт оценочных средств

Семестр	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	ОПК-1	Практическое задание №1
		Практическое задание №2
		Практическое задание №3
		Практическое задание №4

7.2. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для текущего контроля

7.2.1. Практическое задание №1

Дана система уравнений. Доказать ее совместность. Найти решение системы следующими способами: используя метод Гаусса, средства матричного исчисления, формулы Крамера.

№ варианта	Система линейных уравнений	№ варианта	Система линейных уравнений
1	$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -12, \\ x_1 + 7x_2 - 5x_3 + 2x_4 = -9, \\ -2x_1 + 5x_2 - 6x_3 + 3x_4 = -8 \end{cases}$	**6**	$\begin{cases} x_1 - x_2 - 4x_3 + 9x_4 = 22, \\ x_1 + 2x_2 - 4x_4 = -3, \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 + 5x_4 = -3 \end{cases}$
2	$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -2, \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 + 7x_4 = 6 \end{cases}$	**7**	$\begin{cases} x_1 + x_2 - 6x_3 - 4x_4 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 + 5x_4 = 6, \\ 3x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 12 \end{cases}$
3	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - 2x_4 = -3, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 + 6x_4 = 5 \end{cases}$	**8**	$\begin{cases} -x_1 - 9x_2 - 4x_3 = -8, \\ 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \end{cases}$

№ варианта	Система линейных уравнений	№ варианта	Система линейных уравнений
4	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 1, \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 3, \\ x_1 - 6x_2 + 3x_3 - 3x_4 = -1 \end{cases}$	**9**	$\begin{cases} x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 1, \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 = 2, \\ 4x_1 + 4x_2 + 10x_3 - 5x_4 = 4 \end{cases}$
5	$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 = -1, \\ x_1 + x_2 - x_3 + 6x_4 = 7. \end{cases}$	**10**	$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_4 = -3, \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 4 \end{cases}$

Рекомендации по выполнению задания

Выбор варианта задания

Буква	А, Ф, Э	Б, М, Х	В, Ю	Г, У, Я	Д, Ч, С	Е, Н, П	Ж, О, З	И, Ц	К, Т, Ш, Щ	Л, Р
№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Образец выполнения задания

Задание

Дана система уравнений. Доказать ее совместность. Найти решение системы следующими способами: используя метод Гаусса, средства матричного исчисления, формулы Крамера.

$$\begin{cases} x + 2y + z = -1, \\ 3x - y - z = -1, \\ -2x + 2y + 3z = 5. \end{cases}$$

Решение. 1. Докажем совместность системы: составим основную и расширенные матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix};\ A_{\text{р}} = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 3 & 5 \end{array}\right).$$

Найдем ранги матриц:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -7 & -4 \\ 0 & 6 & 5 \end{pmatrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 11 \end{pmatrix}.$$

Ранг матрицы A равен 3.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 3 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -7 & -4 & 2 \\ 0 & 6 & 5 & 3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 6 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 11 & 33 \end{array}\right).$$

Ранг расширенной матрицы также равен 3, следовательно, система совместна.

2. Решим систему методом Гаусса:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 3 & -1 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 3 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & -7 & -4 & 2 \\ 0 & 6 & 5 & 3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & 1 & -1 \\ 0 & 6 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & 11 & 33 \end{array}\right).$$

Последняя расширенная матрица эквивалентна системе:

$$\begin{cases} x + 2y + z = -1, \\ 6y + 5z = 3, \\ 11z = 33. \end{cases}$$

Находим решение, начиная с нижнего уравнения, поднимаясь снизу вверх:

$$x = 0, y = -2, z = 3.$$

3. Матричный метод:

$$\begin{cases} x + 2y + z = -1, \\ 3x - y - z = -1, \\ -2x + 2y + 3z = 5. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Найдем определитель матрицы:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -3 + 4 + 6 - 2 - 18 + 2 = -11.$$

Найдем обратную матрицу:

$A_{11} = \begin{vmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -1$; $A_{21} = -\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = -4$,

$A_{31} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ -1 & -1 \end{vmatrix} = -1$; $A_{12} = -\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = -7$,

$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 5$; $A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = 4$,

$A_{13} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = 4$; $A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 2 \end{vmatrix} = -6$,

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{vmatrix} = -7.$$

Составляем обратную матрицу:

$$A^{-1} = -\frac{1}{11} \begin{pmatrix} -1 & -7 & 4 \\ -4 & 5 & -6 \\ -1 & 4 & -7 \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}.$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{11} \begin{pmatrix} -1 & -4 & -1 \\ -7 & 5 & 4 \\ 4 & -6 & -7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{11} & \frac{4}{11} & \frac{1}{11} \\ \frac{7}{11} & -\frac{5}{11} & -\frac{4}{11} \\ -\frac{4}{11} & \frac{6}{11} & \frac{7}{11} \end{pmatrix}.$$

Найдем матрицу неизвестных:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{11} & \frac{4}{11} & \frac{1}{11} \\ \frac{7}{11} & -\frac{5}{11} & -\frac{4}{11} \\ -\frac{4}{11} & \frac{6}{11} & \frac{7}{11} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} \frac{1}{11} \cdot (-1) + \frac{4}{11} \cdot (-1) + \frac{1}{11} \cdot 5 \\ \frac{7}{11} \cdot (-1) + \frac{(-5)}{11} \cdot (-1) + \frac{(-4)}{11} \cdot 5 \\ \frac{(-4)}{11} \cdot (-1) + \frac{6}{11} \cdot (-1) + \frac{7}{11} \cdot 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

4. Метод Крамера:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot (-1) \cdot 3 + 2 \cdot (-1) \cdot (-2) + 1 \cdot 3 \cdot 2 - 1 \cdot (-1) \cdot (-2) -$$

$$- 1 \cdot (-1) \cdot 2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 = -3 + 4 + 6 - 2 + 2 - 18 = -11.$$

Находим оставшиеся определители:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -1 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 5 & 2 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= (-1)\cdot(-1)\cdot 3 + 2\cdot(-1)\cdot 5 + 1\cdot(-1)\cdot 2 - 1\cdot(-1)\cdot 5 -$$
$$-(-1)\cdot(-1)\cdot 2 - 2\cdot(-1)\cdot 3 = 3 - 10 - 2 + 5 - 2 + 6 = 0$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 \\ -2 & 5 & 3 \end{vmatrix} =$$

$$= 1\cdot(-1)\cdot 3 + (-1)\cdot(-1)\cdot(-2) + 1\cdot 3\cdot 5 - 1\cdot(-1)\cdot(-2) -$$
$$-1\cdot(-1)\cdot 5 - (-1)\cdot 3\cdot 3 = -3 - 2 + 15 - 2 + 5 + 9 = 22$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & -1 \\ -2 & 2 & 5 \end{vmatrix} =$$

$$= 1\cdot(-1)\cdot 5 + 2\cdot(-1)\cdot(-2) + (-1)\cdot 3\cdot 2 - (-1)\cdot(-1)\cdot(-2) -$$
$$-1\cdot(-1)\cdot 2 - 2\cdot 3\cdot 5 = -5 + 4 - 6 + 2 + 2 - 30 = -33.$$

Находим решение: $x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 0, y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 2, z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = -3.$

Ответ: $x = 0, y = -2, z = 3.$

7.2.2. Практическое задание №2

Пусть даны четыре координаты вершины произвольной пирамиды. С помощью векторной алгебры найдите:

– угол между ребрами AB и AC;

– площадь грани ABC;

– объем пирамиды.

№ вар.	**Координаты точки *A***	**Координаты точки *B***	**Координаты точки *C***	**Координаты точки *D***
1	(1, 2, 3)	(–1, 3, 6)	(–2, 4, 2)	(0, 5, 4)
2	(–1, 2, 0)	(–2, 2, 4)	(–3, 3, 0)	(–1, 4, 2)
3	(2, 2, 3)	(–1, 2, 0)	(0, 3, 3)	(2, 4, –5)
4	(0, –1, 2)	(–1, –1, 6)	(–2, 0, 2)	(0, 1, 4)
5	(3, 0, 2)	(2, 0, 6)	(1, 1, 2)	(3, 2, 4)
6	(0, 2, –1)	(–1, 2, 3)	(–2, 3, –1)	(0, 4, 1)
7	(2, 3, 2)	(1, 3, 6)	(0, 4, 2)	(2, 5, 4)
8	(1, 0, 2)	(–2, 0, 6)	(–3, 1, 2)	(–1, 2, 4)
9	(2, 0, 3)	(1, 0, 7)	(0, 1, 3)	(2, 2, 4)
10	(–2, 1, 3)	(–1, 1, 3)	(2, 0, 2)	(2, 0, 4)

Рекомендации по выполнению задания

Номер варианта задания можно определить по первой букве фамилии, используя таблицу «Выбор варианта задания». Решение расписывать как можно подробнее, описывать формулы, которыми пользуетесь во время решения – обязательно. Обязательно должно быть записано условие задания, ответ.

Выбор варианта задания

Буква	А, Ф, Э	Б, М, Х	В, Ю	Г, У, Я	Д, Ч, С	Е, Н, П	Ж, О, З	И, Ц	К, Т, Ш, Щ	Л, Р
№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Образец выполнения задания

Задание

Пусть даны четыре координаты вершины произвольной пирамиды. С помощью векторной алгебры найдите:

– угол между ребрами AB и AC;

– площадь грани ABC;

– объем пирамиды:

$$A(1,0,1), B(2,1,1), C(1,1,1), D(3,1,3).$$

Решение. 1. Найдем угол между ребрами AB и AC:

Найдем векторы: $\overrightarrow{AB} = \{1,1,0\}$; $\overrightarrow{AC} = \{0,1,0\}$.

$$cos\alpha = \frac{1 \cdot 0 + 1 \cdot 1 + 0 \cdot 0}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 0}\sqrt{0 + 1^2 + 0}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{4}.$$

2. Найдем площадь грани:

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = \vec{k};\ \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = \{0,0,1\}.$$

$$S = \frac{1}{2}\sqrt{0 + 0 + 1^2} = \frac{1}{2}(\text{кв. ед.})$$

3. Найдем объем: $\overrightarrow{AD} = \{2,1,2\}$.

$$V = \frac{1}{6}\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix} = \frac{1}{3}(\text{куб. ед}).$$

Ответ:

1. $\alpha = \frac{\pi}{4}$.

2. $S = \frac{1}{2}$ кв. ед.

3. $V = \frac{1}{3}$ куб. ед.

7.2.3. Практическое задание №3

Составить уравнение плоскости P, проходящей через точку A перпендикулярно вектору $\overrightarrow{BC}$. Написать ее общее уравнение, а также нормальное уравнение плоскости в отрезках. Составить уравнение плоскости P_1, проходящей через точки A, B, C. Найти угол между плоскостями P и P_1. Найти расстояние от точки D до плоскости P.

Номер вар.	Координаты точки A	Координаты точки B	Координаты точки C	Координаты точки D
1	(2, 5, 3)	(1, 3, 5)	(0, –3, 7)	(3, 2, 3)
2	(–2, 3, 5)	(1, –3, 4)	(7, 8, –1)	(–1, 2, –1)

3	(1, 1, 2)	(2, 3, –1)	(2, –2, 4)	(–1, 2, 2)
4	(1, 3, 5)	(0, 2, 0)	(5, 7, 9)	(0, 4, 8)
5	(3, –5, 2)	(4, 5, 1)	(–3, 0, –4)	(–4, 5, –6)
6	(4, 5, 2)	(3, 0, 1)	(–1, 4, 2)	(5, 7, 8)
7	(5, 1, 0)	(7, 0, 1)	(2, 1, 4)	(5, 5, 3)
8	(4, 2, –1)	(3, 0, 4)	(0, 0, 4)	(5, –1, –3)
9	(4, –3, –2)	(2, 2, 3)	(–1, –2, 3)	(2, –2, –3)
10	(3, 1, 1)	(1, 4 , 1)	(1, 1 , 7)	(3, 4 , –1)

Рекомендации по выполнению задания

Номер варианта задания можно определить по первой букве фамилии, используя таблицу «Выбор варианта задания». Решение расписывать как можно подробнее, описывать формулы, которыми пользуетесь во время решения – обязательно. Обязательно должно быть записано условие задания, ответ.

Выбор варианта задания

Буква	А, Ф, Э	Б, М, Х	В, Ю	Г, У, Я	Д, Ч, С	Е, Н, П	Ж, О, З	И, Ц	К, Т, Ш, Щ	Л, Р
№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Образец выполнения задания

Задание

Составить уравнение плоскости P, проходящей через точку Aперпендикулярно вектору $\overrightarrow{BC}$. Написать ее общее уравнение, а также нормальное уравнение плоскости, в отрезках. Составить уравнение плоскости P_1, проходящей через точки A, B, C. Найти угол между плоскостями P и P_1. Найти расстояние от точки D до плоскости P.

$$A(1,0,1), B(2,1,1), C(1,1,1), D(3,1,3).$$

Решение. 1. Найдем вектор $\overrightarrow{BC} = \{1,0,0\}$.

2. Уравнение плоскости P:

$$1 \cdot (x-1) + 0 \cdot (y-0) + 0 \cdot (z-1) = 0.$$

$$x - 1 = 0 - \textit{общее уравнение}.$$

3. Нормальное уравнение: интегрирующий множитель

$$\pm\frac{1}{\sqrt{1^2+0^2+0^2}} = 1.$$

Нормальное уравнение $x - 1 = 0$. Уравнение плоскости в отрезках: $\frac{x}{1} = 1$.

4. Уравнение плоскости P_1:

$$\begin{vmatrix} x-1 & y & z-1 \\ 2-1 & 1 & 1-1 \\ 1-1 & 1 & 1-1 \end{vmatrix} = 0;$$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y & z-1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0;$$

$$z - 1 = 0.$$

5. Угол между плоскостями:

$$cos\varphi = \pm\frac{0+0+0}{\sqrt{1^2+0^2+0^2}\sqrt{0^2+0^2+1^2}}. = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2}.$$

6. Расстояние от точки до плоскости:

$$d = \frac{|1\cdot 1 + 0\cdot 0 + 0\cdot 0 - 1|}{\sqrt{1^2+0^2+0^2}} = 0.$$

Следовательно, точка D принадлежит плоскости P.

Ответ:

1. $x - 1 = 0$
2. $z - 1 = 0$
3. $\varphi = \frac{\pi}{2}$
4. *$d = 0$*

7.2.4. Практическое задание №4

Задание

Прямая l задана в пространстве общими уравнениями. Написать ее каноническое и параметрическое уравнения. Составить уравнение прямой l_1, проходящей через точку М параллельно прямой l. Найти точку пересечения прямой l и плоскости Р.

Номер вар.	Общее уравнение прямой l	Координаты точки М	Общее уравнение плоскости P
1	$\begin{cases} x-3y+2z-5=0, \\ 2x+5y-3z+2=0 \end{cases}$	(1, 2, 3)	$2x-3y+4z-6=0$

2	$\begin{cases}2x+y+z-2=0,\\2x-y-3z+6=0\end{cases}$	(2, 1, –1)	$x-7y+4z-1=0$
3	$\begin{cases}2x-3y-2z+6=0,\\x-3y+z+3=0\end{cases}$	(0, 2, –1)	$x-2y+3z-4=0$
4	$\begin{cases}3x+3y-2z-1=0,\\2x-3y+z+6=0\end{cases}$	(2, 0, –1)	$x+y+z+4=0$
5	$\begin{cases}x+5y+2z-5=0,\\2x-5y-z+5=0\end{cases}$	(2, 0, –3)	$7x+y-4z-5=0$
6	$\begin{cases}5x-y-2z-3=0,\\3x-2y-5z+2=0\end{cases}$	(0, –1, 1)	$2x-7y+3z+5=0$
7	$\begin{cases}x+y+z-2=0,\\x-y-2z+2=0\end{cases}$	(0, 3, 1)	$x+6y-3z+8=0$
8	$\begin{cases}2x+y-3z-2=0,\\2x-y+z+6=0\end{cases}$	(–1, 0, 3)	$x-2y+5z-6=0$
9	$\begin{cases}2x+3y+z+6=0,\\x-3y-2z+3=0\end{cases}$	(–1, 1, 0)	$x+2y-z+5=0$
10	$\begin{cases}x+3y+z-8=0,\\2x+y-2z+3=0\end{cases}$	(2, 1 , 1)	$5x-y-z+1=0$

Рекомендации по выполнению задания

Номер варианта задания можно определить по первой букве фамилии, используя таблицу «Выбор варианта задания». Решение расписывать как можно подробнее, описывать формулы, которыми пользуетесь во время решения – обязательно. Обязательно должно быть записано условие задания, ответ.

Выбор варианта задания

Буква	А, Ф, Э	Б, М, Х	В, Ю	Г, У, Я	Д, Ч, С	Е, Н, П	Ж, О, З	И, Ц	К, Т, Ш, Щ	Л, Р
№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Образец выполнения задания

Задание

Прямая *l* задана в пространстве общими уравнениями:

$$\begin{cases} x+3y+z-6=0,\\ 2x-y-4z+1=0.\end{cases}$$

Написать ее каноническое и параметрическое уравнения. Составить уравнение прямой l_1, проходящей через точку $M(4;3;-2)$параллельно прямой l. Найти точку пересечения прямой *l* и плоскости $P\colon 2x+3y-1=0$.

Решение. 1. Каноническое и параметрическое уравнения прямой l:

$$\vec{S} = \overrightarrow{n_1} \times \overrightarrow{n_2} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & -4 \end{vmatrix} =$$

$$= -12\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} - \vec{k} - 6\vec{k} + \vec{\imath} + 4\vec{\jmath} = -11\vec{\imath} + 6\vec{\jmath} - 7\vec{k}.$$

Найдем точку, принадлежащую этой прямой: пусть $x = 0$.

$$\begin{cases} 3y + z - 6 = 0, \\ -y - 4z + 1 = 0. \end{cases} \Rightarrow y = \frac{23}{11}; z = \frac{3}{11}.$$

Каноническое уравнение прямой l:

$$\frac{x}{-11} = \frac{y - \frac{23}{11}}{6} = \frac{z - \frac{3}{11}}{-7}.$$

Параметрическое уравнение прямой l:

$$\begin{cases} x = -11t, \\ y = \dfrac{23}{11} + 6t, \\ z = \dfrac{3}{11} - 7t. \end{cases}$$

2. Уравнение прямой l_1:

$$\frac{x - 4}{-11} = \frac{y - 3}{6} = \frac{z + 2}{-7}.$$

3. Точка пересечения прямой и плоскости:

$$\begin{cases} x + 3y + z - 6 = 0, \\ 2x - y - 4z + 1 = 0 \\ 2x + 3y - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \left(-\frac{29}{2}, 10, -\frac{19}{2}\right).$$

7.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

7.3.1. Вопросы к промежуточной аттестации

Семестр 1

№ п/п	Вопросы
1	Как записывается система линейных уравнений в общем виде? Что называется решением системы линейных уравнений?

2	Какая система линейных уравнений называется совместной, несовместной, определенной, неопределенной?
3	В чем суть метода Гаусса решения системы линейных уравнений?
4	Какие преобразования системы линейных уравнений называются элементарными?
5	Какая совокупность чисел называется матрицей? Как определяются нулевая, единичная, диагональная, верхняя треугольная матрицы?
6	Как определяются операции: равенства, сложения, умножения матрицы на число, транспонирования матрицы?
7	Как определяется операция умножения матриц? Всегда ли возможно умножение матриц? Привести примеры.
8	Какими свойствами обладает операция сложения матриц?
9	Какими свойствами обладает операция умножения матриц?
10	По каким формулам вычисляются определители 2 и 3 порядков?
11	Как определяется понятие перестановки? Четные и нечетные перестановки? Чему равно число перестановок из n символов?
12	Как определяется понятие подстановки n-ой степени? Четные и нечетные подстановки? Как определяется умножение подстановок?
13	Какая сумма называется определителем квадратной матрицы n-го порядка? Чему равно число слагаемых?
14	Как определяется минор элемента определителя? Как определяется алгебраическое дополнение элемента? Какое равенство называется разложением определителя d по i-ой строке? По j-му столбцу?
15	Можно ли вычисление определителя n-го порядка свести к вычислению одного определителя (n-1)-го порядка?
16	По какой формуле можно найти обратную матрицу A^{-1} для квадратной матрицы А, если она существует?
17	По какой схеме можно осуществить вычисление обратной матрицы с помощью элементарных преобразований?
18	Как формулируется и доказывается правило Крамера решения системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными?
19	Как формулируется и доказывается правило Крамера решения системы трех линейных уравнений с тремя неизвестными?
20	При каких условиях на квадратные матрицы n-го порядка А и В мы можем решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, т.е. выполнить правое деление В на А? По какой формуле можно найти Х?
21	Как определяется понятие базиса и размерности векторного пространства?
22	Какое множество называется векторным пространством? Подпространством?
23	При каких условиях система векторов называется линейно зависимой, линейно независимой? Какие векторы называются коллинеарными, компланарными?
24	Какими свойствами обладает операция сложения векторов?

25	Какими свойствами обладает операция умножения вектора на число?
26	Какое число называется рангом матрицы? Правило вычисления ранга матрицы методом окаймления миноров.
27	Какое число называется рангом матрицы? Правило вычисления ранга матрицы с помощью элементарных преобразований.
28	Как формулируется теорема Кронекера – Капелли о совместности системы линейных уравнений?
29	Как определяется матрица перехода от одного базиса к другому?
30	Какое векторное пространство называется конечномерным?
31	Скалярное произведение векторов и его свойства.
32	Вычисление скалярного произведения.
33	Евклидово пространство.
34	Векторное произведение векторов: определение и его свойства.
35	Вычисление векторного произведения.
36	Вычисление площади треугольника.
37	Смешанное произведение векторов: определение и его свойства.
38	Вычисление смешанного произведения.
39	Объем тетраэдра
40	Деление отрезка в данном отношении.
41	Прямоугольная декартова система координат.
42	Расстояние между двумя точками.
43	Различные уравнения прямой на плоскости.
44	Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
45	Угол между прямыми.
46	Расстояние от точки до прямой на плоскости.
47	Различные уравнения плоскости.
48	Взаимное расположение плоскостей в пространстве.
49	Угол между плоскостями.
50	Расстояние от точки до плоскости.
51	Прямая в пространстве.
52	Взаимное расположение прямой и плоскости.
53	Угол между прямой и плоскостью.
54	Взаимное расположение прямых в пространстве.
55	Угол между прямыми в пространстве.
56	Расстояние от точки до прямой в пространстве.
57	Расстояние между скрещивающимися прямыми.

58	Парабола: определение и каноническое уравнение.
59	Эллипс: определение и каноническое уравнение.
60	Гипербола: определение и каноническое уравнение.

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

8.1. Обязательная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Господариков А.П.	Высшая математика [Электронный ресурс] : учебник. В 6-ти т. Т. 1 : Линейная алгебра. Векторная алгебра. Аналитическая геометрия / А. П. Господариков [и др.] ; науч. ред. А. П. Господариков. - Санкт-Петербург : Нац. минерально-сырьевой ун-т "Горный", 2015. - 103 с. - ISBN 978-5-94211-710-8.	Учебник	2015	ЭБС IPRbooks»
2	Кряквин В. Д.	Линейная алгебра в задачах и упражнениях [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Д. Кряквин. - Изд. 3-е, испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2016. - 592 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-2090-2.	Учебное пособие	2016	ЭБС "Лань"
3	Л. А. Беклемишева	Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учебное пособие / Л. А. Беклемишева [и др.] ; под ред. Д. В. Беклемишева. - Изд. 5-е, стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2017. - 496 с. : ил. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - ISBN 978-5-8114-0861-0.	Учебное пособие	2017	ЭБС "Лань"
4	Поддубная М. Л.	Линейная алгебра [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие. Часть 1 / М. Л. Поддубная, Е. Г. Свердлова. - Саратов : Вузовское образование, 2016. - 44 с.	Учебно-методическое пособие	2016	ЭБС «IPRbooks»

8.2. Дополнительная литература

№ п/п	Авторы, составители	Заглавие (заголовок)	Тип (учебник, учебное пособие, учебно-методическое пособие, практикум, др.)	Год издания	Количество в научной библиотеке / Наименование ЭБС
1	Гулай Т.А.	Элементы линейной алгебры [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Т. А. Гулай [и др.]. - Ставрополь : Сервисшкола, 2017. - 87 с.	Учебное пособие	2017	ЭБС «IPRbooks»
2	М.Л. Каган	Векторная алгебра, аналитическая геометрия и элементы линейной алгебры [Электронный ресурс]: варианты расчетного задания для студентов 1-го курса бакалавриата / [сост. М. Л. Каган и др.]. - Москва : МГСУ, 2014. - 62 с.	Учебное пособие	2014	ЭБС "IPRbooks"

8.3. Перечень профессиональных баз данных и информационных справочных систем

– *Павлова Н.Г.* **Линейная алгебра и аналитическая геометрия**. Рабочая тетрадь / Москва, 2016. *Режим доступа :* http://elibrary.ru

– *Корчемкина Ю.В.* **Формирование профессиональных компетенций студентов в курсе линейной алгебры на основе алгоритмического подхода**. Вестник Челябинского государственного педагогического университета. 2013. № 11. С. 140-147. *Режим доступа :* http://elibrary.ru

– *Золотаревская Д.И.* **Сборник задач по линейной алгебре (учебное пособие)**. Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2013. № 11-1. С. 114-115. *Режим доступа :* http://elibrary.ru

– *Болдовская Т.Е., Флаум Р.Г.* **Элементы линейной алгебры**. Учебное пособие / Омск, 2010. *Режим доступа :* http://elibrary.ru

– *Бортаковский А.С., Пантелеев А.В.* **Практикум по линейной алгебре и аналитической геометрии**. Учебное пособие : рекомендовано УМО / Москва, 2007. Сер. Прикладная математика. *Режим доступа :* http://elibrary.ru

– Лубягина Е.Н. Линейная алгебра: учебное пособие / Е. Н. Лубягина. -Киров: Изд-во ООО. Радуга-ПРЕСС., 2013. - 164 с. *Режим доступа :* http://elibrary.ru

8.4. Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование ПО	Реквизиты договора (дата, номер, срок действия)
1	Windows	Договор № 690 от 19.05.2015г., срок действия - бессрочно
2	Office Standart	Договор № 690 от 19.05.2015г., срок действия - бессрочно; Договор № 727 от 20.07.2016г., срок действия - бессрочно

8.5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
1	Аудитория вебконференций. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа. Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации *(УЛК-301а)*	Столы ученические., стол преподавательский, стулья, доска (маркерная), кафедра напольная, ПК , телевизор.
2	Аудитория вебконференций. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа. Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа.	Столы преподавательские, стулья, доска аудиторная (меловая) , системный блок.

№ п/п	Наименование оборудованных учебных кабинетов, лабораторий, мастерских и др. объектов для проведения практических и лабораторных занятий, помещений для самостоятельной работы обучающихся (номер аудитории)	Перечень основного оборудования
	Учебная аудитория для курсового проектирования (выполнения курсовых работ). Учебная аудитория для проведения групповых и индивидуальных консультаций Учебная аудитория для проведения занятий текущего контроля и промежуточной аттестации *(УЛК-314а)*	
3	Помещение для самостоятельной работы студентов (*Г-401)*	Столы ученические, стулья ученические, ПК с выходом в сеть Интернет